



ÉCOLE DES MINES
DE PARIS

Collège doctoral

N° attribué par la bibliothèque

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

THÈSE*

pour obtenir le grade de
Docteur de l'École Nationale Supérieure des Mines de Paris
Spécialité "Sciences et Génie des Matériaux"

présentée et soutenue par

Frédéric BRON

le 7 janvier 2004

DÉCHIRURE DUCTILE DES TÔLES MINCES EN ALLIAGE D'ALUMINIUM 2024 POUR APPLICATION AÉRONAUTIQUE

Directeur de thèse : Jacques BESSON

M. Denis AUBRY	MSSMAT, École Centrale Paris	Rapporteur
M. Éric MAIRE	GEMPPM, INSA de Lyon	Rapporteur
M. Jacques BESSON	CDM, École des Mines de Paris	Examinateur
M. Wolfgang BROCKS	IMR, GKSS Forschungszentrum	Examinateur
M. Jean-Christophe EHRSTRÖM	ALT, Pechiney CRV	Examinateur
M. Michel SUÉRY	GPM2, ENSPG	Examinateur
M. André PINEAU	CDM, École des Mines de Paris	Invité

**Centre des Matériaux Pierre-Marie Fourt de l'École des Mines de Paris,
BP 87, 91003 Évry Cedex**

*Les résultats présentés dans cette thèse sont la propriété de Pechiney CRV
et ne doivent en aucun cas être divulgués avant le 30 juin 2005

À Odile et Aurélien

Sommaire

Remerciements	3
Introduction	7
1 Mécanismes de rupture	13
1 Introduction	14
2 Rupture dans les tôles 202407tn et 202415tn	15
3 Rupture dans les tôles 202407t5 et 202415t3	38
Résumé	43
2 Comportement plastique des tôles	45
1 Introduction	46
2 Nouveau critère anisotrope pour la tôle 202415tn	46
3 Utilisation du nouveau critère pour la tôle 202407tn	75
4 Comportement des tôles pré-étirées 202407t5 et 202415t3	75
5 Effet Portevin–Le Châtelier	78
Résumé	81
3 Simulation de la déchirure ductile	83
1 Introduction	84
2 Simulation de la déchirure ductile dans les tôles de fuselage	84
3 Analyse en courbe R	119
Résumé	128
Conclusions et perspectives	129
1 Conclusions	130
2 Perspectives	131
A Plans détaillés des éprouvettes	137
B Essais	147
Bibliographie	165

Remerciements

Je tiens à remercier toutes les personnes sans lesquelles cette thèse n'aurait pas pu se dérouler dans de si bonnes conditions.

Le sujet de la thèse est né au Centre de Recherches de Voreppe de Pechiney grâce à Jean-Christophe Ehrström soutenu par Robert Macé et Bruno Dubost. Il a été judicieusement proposé au Centre des Matériaux de l'École des Mines de Paris où André Pineau, Jacques Besson et Jean-Pierre Trottier en ont assuré la promotion. Je suis donc très reconnaissant à ces personnes d'avoir su bâtir un sujet cohérent, répondant à une vraie problématique industrielle et mêlant harmonieusement des aspects métallurgiques, expérimentaux et numériques. Tout particulièrement, je sais gré à André Pineau d'avoir su me conseiller habilement pour le choix de mon sujet.

Je remercie pour leur générosité le Centre de Recherches de Voreppe de Pechiney, l'Association Nationale de la Recherche Technique et le Ministère de l'Économie, des Finances et de l'Industrie par son soutien au réseau Allègement des Structures Aéronautiques (ASA), qui ont assuré le financement de cette thèse en convention industrielle de formation par la recherche (CIFRE). En particulier, je loue le dévouement de Roger Fougères pour la mise en route du réseau ASA, extraordinaire outil de coopération entre universitaires et industriels.

Je suis extrêmement reconnaissant à mon directeur de thèse, Jacques Besson, pour son encadrement exceptionnel. Il a su se rendre disponible aussi souvent que nécessaire et me laisser une très grande liberté. Il m'a donné les moyens de travailler efficacement tout en me faisant une totale confiance. Il n'a jamais été avare d'explications et s'est toujours montré très impliqué dans mon travail. Enfin, il s'est passionné autant que moi pour le développement du nouveau critère de plasticité anisotrope et je le remercie pour ces folles journées de développement dans Zébulon. Merci aussi pour l'initiation à l'opéra qui n'a pas été vaine puisque la voix des enfants à naître a été doublement efficace !

De plus, je lui fais part de toute ma gratitude pour m'avoir initié à Linux, ce système d'exploitation extraordinaire créé par Linus Torvalds que je ne pourrai jamais remercier assez. Voilà enfin un système entièrement pensé en terme d'efficacité maximale, et non de profit maximal, qui permet d'automatiser tout ce qui est automatisable et d'utiliser au maximum l'outil informatique. Je remercie notamment tous les créateurs de logiciels libres dont la qualité n'a rien à envier aux logiciels payants. Je pense notamment à la Free Software Foundation.

Je tiens aussi à remercier Jean-Christophe Ehrström, mais aussi Bernard Bès et Raphaël Muzzolini, pour leur encadrement du côté industriel. Ils ont toujours été disponibles pour répondre à mes interrogations et par leurs questions très concrètes ils ont su montrer leur intérêt pour mon travail. Une partie du troisième chapitre, notamment, n'aurait pu être écrite sans leur souci constant de l'application de la thèse à des cas concrets.

Je souhaite aussi témoigner toute ma reconnaissance à Jacques Besson, André Pineau, Jean-Christophe Ehrström et Bruno Dubost qui ont relu avec beaucoup d'attention les nombreuses pages que je leur ai confiées dans des délais toujours très courts.

Je voudrais aussi exprimer toute ma gratitude à Pierre Lorenzon pour son aide très convexe, à Fabrice Esposito pour avoir réalisé l'analyse d'images sur mes échantillons, à Christophe Chabriel, Jean-Claude Huet et Thierry Trouillete pour avoir mené à bien les essais de courbe R et à Nasserine Hank pour ses micrographies.

Je souhaite aussi remercier, pour leur soutien technique au Centre des Matériaux, Maria Betbeter, Gérard Brabant, Jean-Pierre Étourneau, Frédéric Feyel, Isabelle Galliet, James Gibier, François Grillon, Jérôme Labrousse, Brigitte Raviard, Michel Rousselot et Grégory Sainte-Luce. J'exprime aussi mes remerciements à Odile Adam pour son extrême efficacité dans la recherche de références en tous genres et pour sa vérification méticuleuse de la bibliographie.

Je voudrais rendre hommage à Éric Maire et Jean-Yves Buffière pour leur très grande amabilité. Ils ont accepté de passer trois échantillons en tomographie à haute résolution pendant l'une de leurs sessions au Synchrotron de Grenoble alors que leurs expériences les occupaient déjà nuit et jour. Ces échanges n'auraient pas pu avoir lieu sans le réseau ASA.

Je témoigne aussi toute ma gratitude à Denis Aubry et Éric Maire pour avoir accepté de rapporter mon travail à l'école doctorale. Je remercie également tous les autres membres du jury que Michel Suéry a accepté de présider. Ich danke besonders Herrn Professor Wolfgang Brocks, der extra von Hamburg gekommen ist.

Je remercie aussi mon père pour avoir construit la ligne de lumière ID19 du Synchrotron de Grenoble qui m'a permis de faire de la tomographie à haute résolution. Je remercie mes parents pour leur soutien permanent pendant mes études et leurs encouragements. Je dois rendre grâce à ma patiente épouse pour m'avoir sorti du travail le temps de promenades vitales et pour n'avoir jamais exécuté sa menace de jeter par la fenêtre l'ordinateur qu'elle avait surnommé « la bête » ! Je salue la ténacité de notre Aurélien qui a su patienter jusqu'à mon retour de Paris après la soutenance pour faire son apparition. Je remercie Anne-Françoise pour les tours de lac et les vendredis de Carême. Je suis extrêmement reconnaissant à mes amis pour leur hospitalité lorsque je n'avais plus de toit : Anne-Françoise et Pierre, Bruno, Claire et Jacques, Jean-Christophe, Sophie et Julien. Je remercie la navette pour ses joies et ses peines et en particulier Cindy pour son dévouement si peu récompensé.

Et enfin je remercie tous ceux du Centre des Matériaux que j'ai croisés et qui ont su rendre mon séjour agréable : Alain, Alexandra, Alexandra, Alexandre, Arnaud, Bénédicte, Benoît, Bruno, Christian, Franck, Franck, Géraldine, Isabelle, Jean-Sébastien, Joseph, Julie, Khaled, Laurent, Liliane, Liliane, Luc, Mélanie, Mihai, Quentin, Rachid, René, Samuel, Sandrine, Sarojinee, Sophie, Stéphane, Stéphanie, Thierry, Toufik, Virginie et Walter...

Introduction

Les années 1950 ont vu l'entrée de l'aviation civile dans une ère nouvelle, celle des turboréacteurs. Le premier avion commercial équipé fut construit par la société britannique De Havilland. Ainsi, le « Comet 1 » pouvait voler à plus de dix mille mètres d'altitude à 800 km/h. Cet avion, deux fois plus rapide que les avions à hélice, beaucoup plus stable et moins bruyant, fut plébiscité par les voyageurs dès son premier vol commercial en mai 1952. Pourtant, suite à trois accidents graves, il fut retiré du trafic aérien moins de deux ans après son lancement. Dans les deux derniers accidents, survenus en janvier et avril 1954, l'avion s'était désintégré en vol à plus de huit mille mètres d'altitude. C'est ainsi que les fissures de fatigue du fuselage entraient dans l'histoire de l'aviation. On savait pourtant que la fatigue existait et pouvait notamment intervenir au niveau des ailes mais la pressurisation de la cabine, rendue nécessaire par les hautes altitudes, avait aussi fragilisé le fuselage par des cycles successifs de pressurisation-dépressurisation. Ainsi cet avion révolutionnaire qui aurait dû propulser le secteur aéronautique britannique au premier rang mondial, l'a considérablement handicapé et ce sont deux compagnies américaines, quelques années plus tard, qui s'imposaient avec le Boeing B707 et le Douglas DC8.

Il fallut une année d'enquête et surtout un essai en vraie grandeur pour comprendre les causes des accidents. Une piscine fut spécialement construite et on y plongea un avion Comet de la même série afin de lui faire subir des cycles de pressurisation. L'eau fut choisie à la place de l'air afin de maîtriser les explosions et de conserver la structure pour déterminer les causes de la rupture ; avec de l'air, la cabine aurait été complètement désintégrée à la moindre explosion. L'essai avait pour but de simuler les conditions d'une série de vols pressurisés. La cabine et les ailes étaient alors soumises à des chargements répétés qui se rapprochaient au mieux du chargement en vol. De plus, des fluctuations de charge étaient appliquées sur les ailes afin de s'approcher davantage des conditions réelles. Enfin, pour simuler les autres causes de dommage, par nature imprévisibles, comme des surcharges au décollage ou à l'atterrissage ou encore dues à des perturbations atmosphériques, une pression d'épreuve 30 % plus élevée que la pression de service était appliquée tous les mille « vols ».

Cet avion qui avait fait auparavant 1230 vols pressurisés ne fit que 1830 vols simulés dans la piscine. Une fissure de fatigue commença à se propager à partir du coin d'un hublot et traversa plusieurs raidisseurs comme le montre la figure 1. D'autre part, l'analyse des débris d'un des appareils accidentés a permis de montrer des traces de fatigue près d'un trou de rivet qui confirmaient l'hypothèse que les accidents étaient dus à de la fissuration par fatigue dans des zones à forte concentration de contraintes. Le jugement rendu contre la société De Havilland concluait d'ailleurs : « il existe des méthodes de calcul de la distribution des contraintes dans la structure d'une cabine pressurisée qui devraient être employées avec profit plus largement. »

On pourrait donc penser qu'il suffise d'être capable de bien calculer la distribution des contraintes sur toute la structure de l'avion et de la dimensionner pour ne jamais dépasser la limite d'endurance du matériau. En effet, un tel raisonnement permettrait d'éviter de manière certaine tout problème de fatigue. Malheureusement, il impose d'augmenter les épaisseurs de tôles et conduit invariablement à des avions trop lourds. On admet

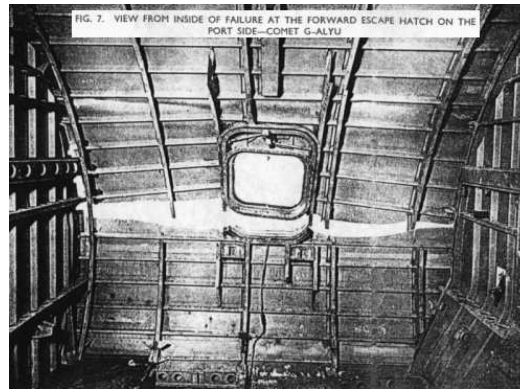


Fig. 1 : Fissure de fatigue amorcée au coin d'un hublot au cours d'un essai de fatigue en piscine sur un avion Comet 1. La fissure s'est amorcée après 1230 vols réels et 1830 vols simulés. On peut observer sur cette photo la structure habituelle des fuselages modernes : une tôle mince de quelques millimètres d'épaisseur sur laquelle sont fixés des raidisseurs longitudinaux (lisses) et circonférentiels (cadres).

aujourd'hui des coefficients de sécurité relativement faibles (un facteur 3 sur la durée de vie), mais en obligeant par ailleurs à dimensionner la structure en tolérance au dommage.

Deux problèmes essentiels se posent alors : il faut être en mesure (i) de pouvoir détecter les fissures et (ii) de garantir qu'une fissure non détectée ne conduise pas à la ruine de la structure en conditions de vol normales ou en cas de surcharge ponctuelle due à des conditions particulières (perturbations météorologiques, atterrissage brutal, etc). La détection des fissures est garantie par un contrôle régulier de l'intégrité de la structure dont l'échéancier est établi à partir d'une étude de la vitesse de fissuration da/dN (où a est la demi-longueur de fissure et N le nombre de cycles). Toute fissure détectée devant être réparée, les plus grandes fissures non détectables sont celles qui seront repérées lors la visite de contrôle suivante et les fissures initiées accidentellement. Il peut s'agir par exemple d'une pale de moteur à hélice qui viendrait transpercer le fuselage. Il faut donc garantir une résistance résiduelle pour une structure fissurée, c'est à dire une bonne ténacité ou résistance à la propagation de fissure.

La résistance à la propagation de fissure est évaluée par des essais de traction sur de grands panneaux rectangulaires pré-fissurés en leur centre (éprouvettes M(T)) ou sur des portions de fuselage réel mises en charge puis transpercées par une lame (Jeong et al., 1995). Traditionnellement, les résultats d'essais sont analysés par des méthodes analytiques basées sur la mécanique linéaire de la rupture. Avec les nouveaux alliages plus tenaces, la plasticité se développe plus largement et pour respecter le confinement de zone plastique imposé par les normes, il faudrait utiliser des éprouvettes dont la largeur pourrait atteindre plusieurs mètres (ASTM, 1999 ; Chabanet et al., 2003). Cependant, les structures réelles ayant une taille limitée, la perte de confinement est tolérée bien que cela fausse l'analyse des essais. Pour s'affranchir de ce genre de problèmes, la prévision de la ténacité par simulation numérique est d'un grand intérêt, notamment si elle est basée sur une bonne compréhension des mécanismes physiques mis

en jeu. L'objectif de la thèse était donc de comprendre et de modéliser la déchirure ductile des tôles minces en alliage d'aluminium 2024. Cet alliage, qui a été développé dans le but d'avoir une haute ténacité, est utilisé pour des parties d'avion soumises à des efforts de traction et pour lesquelles la résistance à la propagation de fissure est critique.

Trois méthodologies peuvent être utilisées pour modéliser la déchirure des tôles minces. La première approche est basée sur l'angle d'ouverture en pointe de fissure (« crack tip opening angle » ou CTOA) : la fissure se propage quand le CTOA atteint une certaine valeur critique. Cette méthode a été appliquée aux structures d'avion avec des formulations 2D ou 3D (Dawicke et al., 1997 ; Deng et Newman Jr, 1999 ; Gullerud et al., 1999) mais aussi à la déchirure des pipelines (O'Donoghue et al., 1991). La seconde approche est basée sur un modèle de zone cohésive. Le chemin de fissuration étant connu à l'avance, une loi reliant la contrainte normale à l'ouverture de la fissure y est appliquée. Cette approche a été utilisée pour des tôles d'aluminium par exemple par Chabanet et al. (2003) et Roychowdhury et al. (2002). L'intérêt de ces deux approches réside dans leur grande simplicité mais comme les mécanismes physiques provoquant la rupture (germination et croissance de cavités, localisation de la déformation, etc) ne sont pas représentés, elles sont difficilement transférables d'un matériau à un autre ou d'une géométrie à une autre. La troisième voie, qui est celle retenue pour cette thèse, est la mécanique continue de l'endommagement. Des équations développées spécifiquement pour les matériaux poreux sont utilisées (Rousselier, 1987 ; Tvergaard, 1989) ; elles permettent de représenter la croissance de cavités sphériques. Cette approche a été utilisée en premier lieu pour les tôles fortes où la triaxialité des contraintes élevée qui s'y développe entraîne une croissance des cavités importante. Le cas des tôles minces a été aussi abordé pour différents matériaux (Grange et al., 2000 ; Rivalin et al., 2001a ; Besson et al., 2001a). Cependant, la triaxialité étant plus faible dans ce cas, les cavités ont tendance à s'allonger et des modèles plus complexes peuvent être nécessaires (Benzerga et al., 1999 ; Pardoen et Hutchinson, 2000, 2003).

L'objectif de la thèse est l'utilisation de la mécanique continue de l'endommagement pour simuler la déchirure des éprouvettes de grande dimension M(T) à partir d'un ajustement du comportement sur des petites éprouvettes de fissuration (Kahn). Le modèle ainsi développé doit pouvoir servir pour étudier des voies d'amélioration du matériau.

Dans le premier chapitre, les deux matériaux de l'étude sont présentés. Il s'agit de deux nuances de l'alliage d'aluminium 2024 : une nuance standard et une nuance de plus grande pureté à haute tolérance au dommage. La différence principale réside dans la teneur en particules intermétalliques qui est fortement réduite dans la nuance à haute pureté. Des essais mécaniques sont effectués sur éprouvettes plates, lisses et entaillées pour caractériser le comportement dans différentes conditions de chargement. La fissuration stable est étudiée avec de petites éprouvettes Kahn ou de grands panneaux M(T). Les mécanismes de rupture sont étudiés à partir d'une analyse des faciès d'éprouvettes rompues.

Le deuxième chapitre présente un modèle développé spécifiquement pour décrire l'anisotropie plastique des alliages d'aluminium (Bron et Besson, 2004). Cet aspect

n'est généralement pas pris en compte dans les modèles de CTOA ou à zone cohésive qui utilisent le critère isotrope de Mises. Dans d'autres études sur la déchirure ductile (Grange et al., 2000 ; Rivalin et al., 2001a ; Besson et al., 2001a) ou sur la localisation de la déformation (Brunet et Morestin, 2001), le critère anisotrope de Hill est utilisé. Cependant, l'anisotropie des alliages d'aluminium n'est pas bien représentée par ce critère.

Enfin, le troisième chapitre présente le modèle d'endommagement utilisé. Il est basé sur une version modifiée du modèle de Rousselier (Tanguy et Besson, 2002) qui permet de représenter la croissance de cavités. Le modèle est modifié pour tenir compte de la germination de cavités autour des particules intermétalliques et de l'anisotropie plastique. Il est utilisé pour simuler la déchirure des panneaux M(T) pour les deux nuances utilisées et pour étudier l'influence de la loi d'écrouissage, d'une pré-déformation et de l'anisotropie plastique sur la ténacité.

Chapitre 1

Mécanismes de rupture

1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de comprendre les mécanismes de rupture des tôles en alliage 2024 et de construire une base de données expérimentales permettant d'identifier les paramètres des modèles et de vérifier leur efficacité.

Le matériau de l'étude est un alliage aluminium-cuivre 2024. Un traitement thermique assure le durcissement structural du matériau : mise en solution à 500°C environ, trempe et maturation à la température ambiante (état T4). Deux nuances de l'alliage 2024 ont été étudiées : la première identifiée 202407 est une nuance standard commercialisée et la seconde identifiée 202415 est une nuance en développement à haute tolérance au dommage obtenue par une diminution conséquente de la teneur en fer et silicium à l'origine des phases grossières insolubles (cf. tableau 1.1).

nuance	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Al
202407	0,08	0,16	3,8–4,9	0,30–0,90	1,2–1,8	complément
202415	0,04	0,07				

Tab. 1.1 : Composition chimique des nuances 202407 et 202415 (pourcentages massiques). Les teneurs en Si et Fe ont été mesurées ; les teneurs concernant les autres éléments correspondent à la norme ASM (1990).

Pour chaque nuance, deux tôles ont été utilisées : la première est une tôle « en l'état » et la deuxième a été pré-étirée de 5 % pour la nuance 202407 et de 3 % pour la nuance 202415. La pré-traction est effectuée en usine mais la valeur indiquée n'est qu'approximative. Le tableau 1.2 donne les références des quatre tôles, la dernière colonne indiquant les références utilisées dans la suite de ce document. En raison d'un manque de matériau, dans certains cas, les tôles 202407t5, 202415tn et 202415t3 ont été remplacées respectivement par les tôles 202402t5, 202415tn' et 202415t5 dont les références sont données dans le tableau 1.3. La composition de la nuance 202402 est très proche de celle de la nuance 202407. Par contre la tôle 202415t5 est pré-étirée de 5 % alors que la tôle 202415t3 était pré-étirée de 3 %.

De nombreux essais mécaniques ont été effectués sur ces tôles avec sept types d'éprouvettes. Les plans détaillés de ces éprouvettes sont donnés en annexe A. L'éprouvette TR est une éprouvette de traction simple qui est utilisée pour caractériser le comportement élasto-plastique. Les éprouvettes entaillées EU05, EU1, EU2 et EV sont utilisées pour étudier les propriétés d'endommagement et le comportement sous des états de triaxialité différents. Les très grandes éprouvettes de fissuration M(T) permettent de réaliser une propagation de fissure stable de plus de 60 mm de chaque côté de la fissure centrale initiale. C'est l'essai standard dit de « courbe *R* » utilisé par les avionneurs pour qualifier les alliages de fuselage. L'éprouvette de petite taille Kahn est aussi utilisée. Elle permet une propagation stable sur plus de 20 mm. Les essais sont effectués dans plusieurs directions du plan de tôle. Les directions utilisées sont désignées par les repères indiqués

nuance	coulée	trempe	traction	dim. $L \times T \times S$ (mm ³)	stock CRV	référence
202407	127448	65742	normale	$1500 \times 1250 \times 1,59$	9800090	202407tn
			5 %	$1500 \times 1240 \times 1,56$	9800091	202407t5
202415	236570	68178	normale	$1150 \times 1250 \times 1,74$	9800058	202415tn
			3 %	$1500 \times 1240 \times 1,69$	9800059	202415t3

Tab. 1.2 : Références des quatre tôles étudiées. L est la direction de laminage, T le sens travers long et S le sens travers court (épaisseur) ; une traction normale est de l'ordre de 1 %

nuance	coulée	trempe	traction	épaisseur (mm)	stock CRV	référence
202402	128062	67519	5 %	1,56	9800027	202402t5
202415	236570	66111	normale	1,72	9800012	202415tn'
			5 %	1,66	9800028	202415t5

Tab. 1.3 : Références des trois tôles complémentaires. Une traction normale est de l'ordre de 1 %

dans le tableau 1.4. L'ensemble des essais réalisés au cours de la thèse est donné en annexe B.

Les mécanismes d'endommagement et de rupture sont d'abord étudiés dans les tôles non pré-étirées, 202407tn et 202415tn, à partir d'une analyse de faciès de rupture. Des essais de traction sont effectués sur éprouvettes plates lisses ou entaillées. Des essais de fissuration sont aussi effectués sur des éprouvettes Kahn et M(T). Dans un deuxième temps, la rupture des tôles pré-étirées 202407t5 et 202415t3 est étudiée.

2 Rupture dans les tôles 202407tn et 202415tn

Cette section a fait l'objet d'un article qui a été soumis à la revue *Materials Science and Engineering A* le 13 mai 2003. C'est le texte de cet article qui est inséré ci-dessous.

Résumé

Les mécanismes d'endommagement et de rupture des tôles minces en alliage d'aluminium 2024 sont examinés. Deux nuances sont étudiées : un alliage standard et un alliage à haute tolérance au dommage. La microstructure de chaque matériau est caractérisée afin d'obtenir la teneur en particules de seconde phase, les dimensions des particules et la teneur initiale en porosités. Les plus grosses particules sont des intermétalliques. Des

direction	angle par rapport à la direction de laminage	repère
laminage	0	L
	$\pi/8$	LD
diagonale	$\pi/4$	D
	$3\pi/8$	DT
travers long	$\pi/2$	T
travers court (épaisseur)	–	S

Tab. 1.4 : Repérage des directions dans les tôles

essais mécaniques sont effectués sur des éprouvettes plates dont la géométrie est lisse, entaillée en U avec différents rayons ou entaillée en V. Des essais de fissuration sont aussi effectués sur des éprouvettes Kahn et de grands panneaux M(T). On observe une propagation stable dans les deux cas. Les faciès de rupture macroscopiques sont observés au microscope électronique à balayage. Les éprouvettes lisses et modérément entaillées présentent une surface de rupture inclinée à 45° par rapport à la direction de traction. Quand la sévérité de l'entaille augmente, le mode de rupture change significativement. La rupture débute en fond d'entaille par une petite région triangulaire perpendiculaire à l'axe de traction. En dehors de cette zone on observe une rupture en biseau. Des observations microscopiques montrent deux mécanismes de rupture. La germination des porosités se fait à partir des phases intermétalliques dans les deux cas. Quand la pression hydrostatique est faible (éprouvettes lisses et modérément entaillées), ces porosités se rejoignent rapidement grâce à un mécanisme de germination en bande qui crée de plus petites cupules dans le ligament inter-porosités. À pression hydrostatique plus élevée, c'est à dire près du fond d'entaille des éprouvettes sévèrement entaillées, la croissance des porosités est favorisée et la rupture finale intervient par striction interne entre les grosses cavités. Dans les éprouvettes de fissuration, la fissure se propage en condition de déformation plane dans la direction de propagation. Cet état favorise la germination en bande et la rupture en biseau.

Ductile rupture in thin sheets of two grades of 2024 aluminum alloy

F. Bron^{a,b,*} J. Besson^a A. Pineau^a

^a*Centre des Matériaux, École Nationale Supérieure des Mines de Paris,
BP 87, 91003 Évry Cedex, France*

^b*Pechiney Centre de Recherches de Voreppe,
BP 27, 38341 Voreppe Cedex, France*

Abstract

The damage and rupture mechanisms of thin sheets of 2024 aluminum alloy (Al containing Cu, Mn and Mg elements) are investigated. Two grades are studied: a standard alloy and a high damage tolerance alloy. The microstructure of each material is characterized to obtain the second phase volume content, the dimensions of particles and the initial void volume fraction. The largest particles consist of intermetallics. Mechanical tests are carried out on flat specimens including U-notched (with various notch radii), V-notched and smooth tensile samples. Cracked samples are also tested, including “Kahn samples” and large center-cracked tension panels M(T); stable crack growth is obtained in both cases. The macroscopic fracture surface of the different specimens is observed using scanning electron microscopy. Smooth and moderately notched samples exhibit a slant fracture surface, which has an angle of about 45° with respect to the loading direction. With increasing notch severity, the fracture mode changes significantly. Failure initiates at the notch root in a small triangular region perpendicular to the loading direction. Outside this zone, slant fracture is observed. Microscopic observations show two failure mechanisms. Primary voids are first initiated at intermetallic particles in both cases. At low hydrostatic pressure (smooth or moderately notched samples), these voids tend to coalesce rapidly according to a “void sheet mechanism” which leads to the formation of smaller secondary voids in the ligaments between the primary voids. At higher hydrostatic pressure, i.e. near the notch root of severely notched samples, void growth is promoted and final rupture is caused by “internal necking” between the large cavities. In cracked specimens, the crack propagates under plane strain conditions in the propagation direction. This state favors void sheeting failure and slant fracture.

Key words: 2024 aluminum alloy, ductile rupture, damage growth, crack initiation, crack propagation, fracture mechanisms

* Corresponding author. Tel.: (33) 4 76 57 81 53, fax.: (33) 4 76 57 80 99
Email address: frederic.bron_msea@m4x.org (F. Bron).

1 Introduction

Alloys of the Al-Cu-Mg series, especially 2024, show a good combination of static tensile properties, damage tolerance and formability. For this reason, they have been used for a long time in airframe structures, especially for fuselage skin (see e.g. Jeong et al. (1995)). They are manufactured in the form of clad thin sheets, which exhibit a good corrosion resistance. Fuselage skin is expected to arrest certain isolated large cracks which may initiate under standard loads. Airplane designers estimate the fracture resistance of fuselage thin sheets using ductile crack growth resistance tests (so called *R*-curve tests) carried out on very large center-cracked tension panels M(T) (ASTM, 1999). Besides, full scale tests are performed on sub-components. These large scale tests are expensive and require a large amount of time and material. However they could possibly be replaced by tests on small sized Kahn specimens (ASTM, 2001) which also allow stable crack propagation. The aim of this project is to develop a methodology to predict results on large specimens from results on small ones. The main difficulty is that Kahn samples are under large scale yielding whereas M(T) specimens are designed to be under small scale yielding.

This paper deals with mechanical testing, metallographic observations and failure mechanisms of a commercial 2024 alloy and a high purity alloy improved for high damage tolerance. Second phase particles and voids in both materials are characterized by image analysis on optical micrographs. Mechanical tests are carried out on flat specimens including U-notched with various notch radii, V-notched and smooth tensile samples. Cracked samples are also tested which include small sized Kahn samples and large M(T) panels; stable crack growth is obtained in both cases. The macroscopic and microscopic fracture surface of the different specimens is observed in detail and the rupture mechanisms are analysed. In particular, rupture mechanisms for Kahn and M(T) panels are compared.

2 Test materials

Two grades of 2024 aluminum alloy sheets with a nominal thickness of 1.6 mm were supplied by the aluminum manufacturer Pechiney. They are subsequently referred to as 202407tn and 202415tn. Variant 202407tn is a commercial alloy and variant 202415tn is a high purity alloy improved for high damage tolerance. Table 1 gives their chemical compositions. Both grades were solution heat-treated, quenched and naturally aged to a substantially stable condition (T4). To avoid corrosion the sheets are covered with a thin cladding (less than 80 μm) of 1050 aluminum on both faces. In the following, the rolling direction is referred to as L, the long transverse direction as T and the short transverse direction (thickness) as S. D stands for the diagonal direction (45° between direction L and T in the sheet

Table 1

Chemical composition of 202407tn and 202415tn materials (weight percent). Si and Fe contents have been measured; data for other elements correspond to the standard ASM (1990).

	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Al
202407tn	0.08	0.16	3.8–4.9	0.30–0.90	1.2–1.8	remainder
202415tn	0.04	0.07				

plane). All specimens used in this work were machined from a single plate of the 202407tn or 202415tn material. The dimensions of the original plates were 1250 mm in the T direction and 1500 mm in the L direction.

One of the major factors regarding damage tolerance is the presence of coarse intermetallic second phase particles, voids and dispersoids. They are nucleation sites for damage ahead of the crack tip during crack propagation. Thus, they are rather detrimental and must be avoided. Dispersoids can be seen only by field emission gun scanning electron microscopy and transmission electron microscopy (Fig. 1). Most of them are composed of Al-Cu-Mn in proportions close to $\text{Al}_{21}\text{Cu}_2\text{Mn}_3$. Their average diameter is about 70 nm and their volume fraction lies between 0.5 and 2 %. Figs 2 and 3 show the microstructure of the two materials observed on two perpendicular cross-sections. The grains are almost equiaxed; their size for both materials is about $30 \times 30 \times 10 \mu\text{m}^3$ (directions $L \times T \times S$). The as-polished micrographs reveal the presence of intermetallic particles and initial porosities. The volume fraction of coarse intermetallic particles is largely influenced by the iron content which has been reduced in 202415tn material (Table 1). The number of coarse second phase particles is much less in 202415tn which confirms its higher purity. Hahn and Rosenfield (1975) and Nakai and Eto (2000) also showed that the fracture toughness should be proportional to the square root of the spacing between second phase particles. The mean spacing is clearly increased for 202415tn material. Most of those particles are composed of either Al-Cu-Fe-Mn(-Si) or Al-Cu-Mg. The first ones have an irregular shape and a size between a few micrometers and $15 \mu\text{m}$. The second ones are round with a diameter less than $3 \mu\text{m}$. Similar observations have been reported by Gao et al. (1998). The porosity revealed on 2D micrographs could have been created by the polishing process but high resolution X-ray tomography (Maire et al., 2001) confirms this observation. 2D reconstructed slices of the tomography volume (Fig. 4) indicate that second phase particles and voids have the same size and shape than those observed by optical microscopy (Fig. 3, bottom). Fig. 5 provides a volume rendering of 202415tn material. It makes it possible to see that the positions of second phase particles and voids are independent.

The morphology of coarse intermetallic particles and voids has been studied by image analysis on 2D micrographs with 256 gray levels (25 micrographs in LS plane and 37 in TS plane for 202407tn, 36 in LS plane and 33 in TS plane

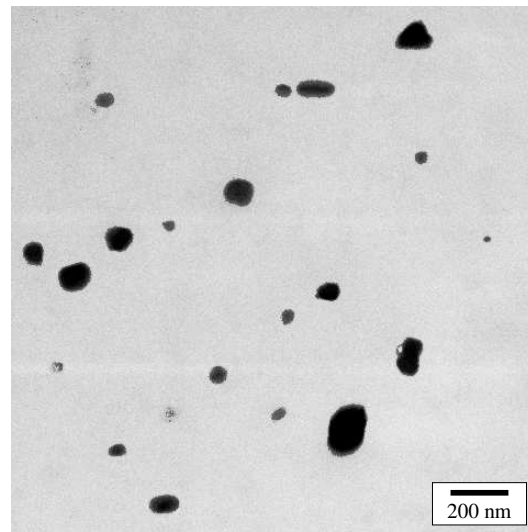


Fig. 1. Transmission electron micrograph of dispersoids (dark) in 202407tn material

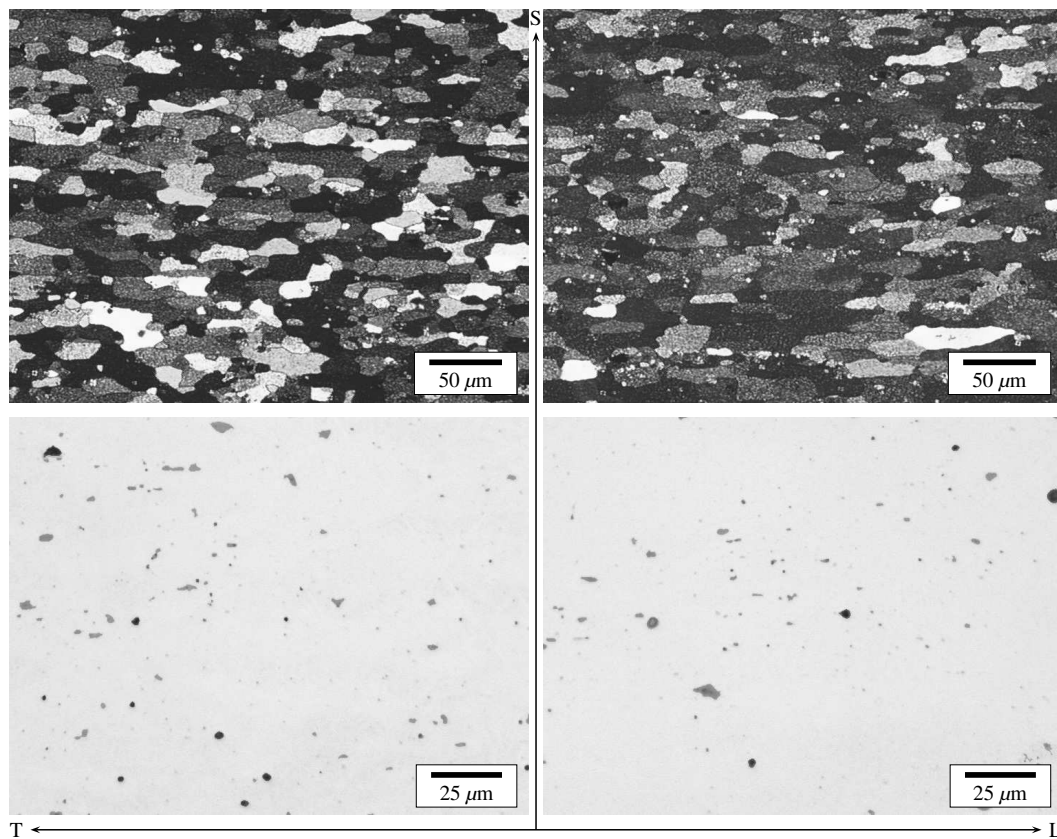


Fig. 2. Microstructure of 202407tn material in planes LS and TS (optical microscopy). Polarized light micrographs of the electroetched microstructure reveal the grains of the material (top). As-polished microstructure reveals the second phase particles in gray and the initial porosity in dark (bottom).

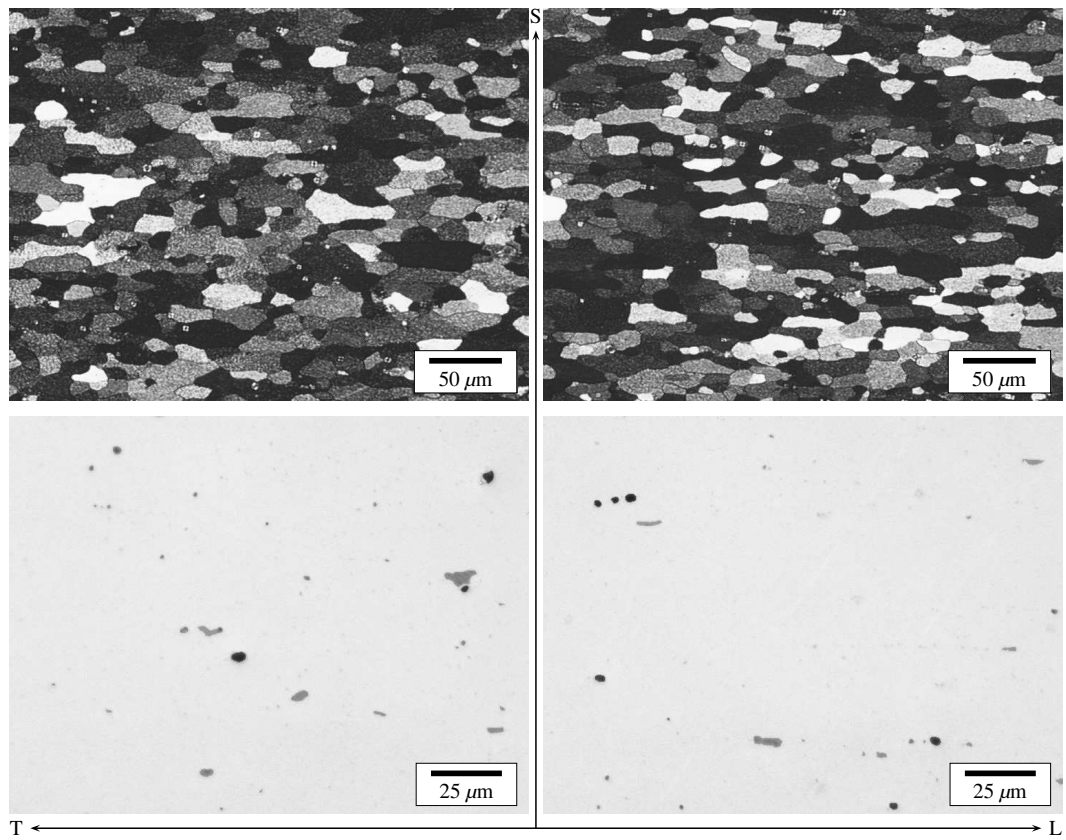


Fig. 3. Microstructure of 202415tn material in planes LS and TS (optical microscopy). Polarized light micrographs of the electroetched microstructure reveal the grains of the material (top). As-polished microstructure reveals the second phase particles in gray and the initial porosity in dark (bottom).

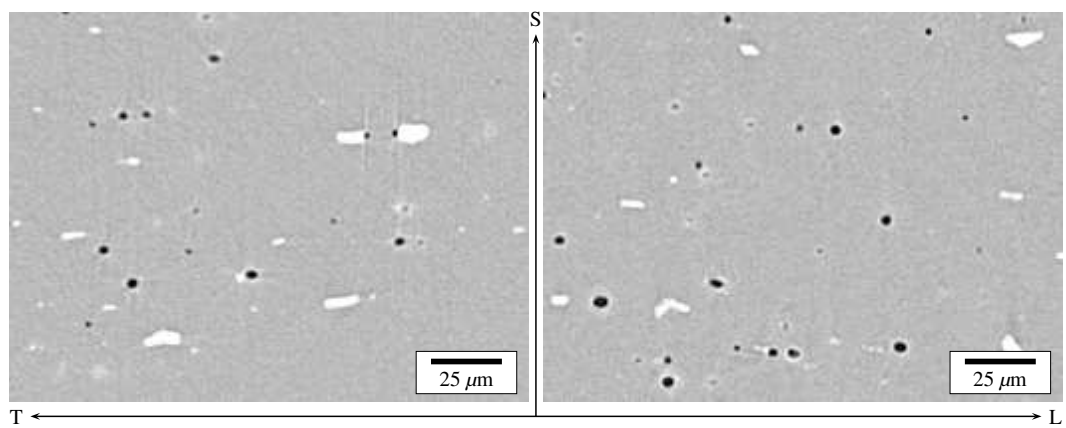


Fig. 4. Microstructure of 202415tn material in planes LS and TS (2D reconstructed slices from high resolution X-ray tomography). The porosities are in black, the second phase particles in white and the matrix in gray.

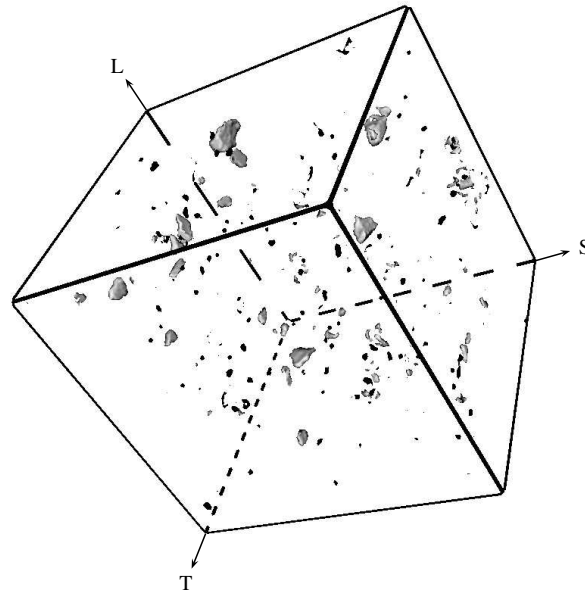


Fig. 5. Volume rendering of 202415tn microstructure (high resolution X-ray tomography). The porosities are in black and the second phase particles in light gray. The size of the box is 128 pixels = 89.6 μm in each direction (pixel size is 0.7 μm).

for 202415tn). The image size is 720×572 (in plane $L \times S$ or $T \times S$) and the pixel size is 0.25 μm . An entropy thresholding method was applied to gray scale images to compute threshold levels automatically (Kapur et al., 1985; Sahoo et al., 1988). The results are summarized in Table 2. One notices that dimensions in directions L and T are very similar and that second phase particles, but also voids in some degree, have a “pancake” shape flattened in the S direction. Voids in 202407tn are a little smaller than in 202415tn but the number of second phase particles is four times that of the high purity alloy and the number of holes is multiplied by one and a half. Finally, the second phase volume fraction is about three times that of 202415tn when the void volume fraction remains almost the same. Due to the finite pixel size, the volume fractions should be considered with an error bar of $\pm 40\%$. This value is obtained when adding one pixel along the whole perimeter of each particle or void. By moving the optimized threshold 10 gray levels higher or lower, the second phase volume fraction varies by $\pm 40\%$ and the void volume fraction by $\pm 20\%$. This confirms that the global confidence on volume fraction is about $\pm 40\%$.

3 Mechanical testing

In this study seven types of samples are used (Fig. 6). The TR sample is a conventional smooth tensile bar used to determine the elastic-plastic behavior. The differently notched samples EU05, EU1, EU2 and EV are used to characterize the behavior under various stress triaxiality ratios and to evaluate damage properties. Center-cracked tension panels M(T) are used to obtain a stable crack propagation

Table 2

Image analysis on 202407tn and 202415tn materials. P stands for second phase particles and V for voids. Small figures in brackets are the standard deviations.

		202407tn			202415tn		
		P	V	P+V	P	V	P+V
dimension (μm)	L	2.58 (2.2)	2.88 (1.3)	2.60 (2.2)	2.87 (2.6)	4.18 (2.1)	3.08 (2.6)
	T	2.63 (2.4)	2.53 (1.2)	2.63 (2.3)	2.59 (2.4)	3.70 (1.3)	2.78 (2.3)
	S	1.87 (1.4)	2.30 (0.9)	1.90 (1.4)	1.86 (1.3)	3.20 (1.1)	2.08 (1.4)
area (μm^2)	LS	4.25 (8.6)	5.80 (4.5)	4.36 (8.4)	5.14 (9.5)	11.4 (9.6)	6.14 (9.8)
	TS	4.43 (7.9)	4.42 (3.6)	4.43 (7.6)	4.35 (7.2)	9.49 (5.7)	5.23 (7.3)
number (μ/mm^2)	LS	2845	225	3070	751	142	893
	TS	3067	247	3313	817	170	987
f_s (10^{-3})		13.0	1.18	14.2	3.71	1.62	5.33

over more than 60 mm at each side of the initial crack. This standard *R*-curve test is used by aircraft manufacturers to qualify aluminum alloys (Jeong et al., 1995; ASTM, 1999). However, this test is expensive and could be replaced by tests on small sized Kahn specimens which also allow a stable crack propagation over more than 20 mm (ASTM, 2001).

3.1 Experimental setup and testing conditions

All tests are carried out at room temperature on a servo-hydraulic testing machine under displacement control. The specimen thickness is that of the as-received materials: 1.59 mm for 202407tn and 1.74 mm for 202415tn. The tests on small specimens are performed for both materials in at least three directions in the sheet plane (L, D and T). Three specimens at least are tested in each condition and the mean curves are used (scatter is very small). However, tests on M(T) specimens are carried out only once in only two directions (L and T).

The original crack length of large M(T) specimens is 253 mm. The first 249 mm are made by electrical-discharge machining and the last millimeters are obtained by fatigue precracking. The applied maximum load during precracking is 20 % of the yield strength applied to the net section. The stress ratio is 0.1 and the frequency is 3 Hz. To prevent buckling, two rigid face plates are affixed to the central portion of the specimen. A window is kept along the crack path to allow crack length monitoring by a traveling-stage camera. Lubrication is provided between

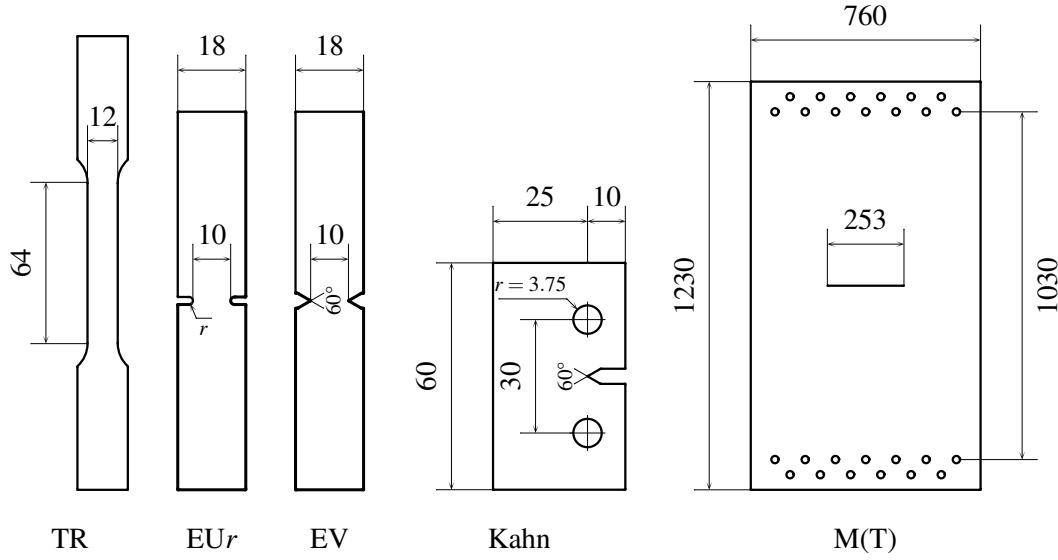


Fig. 6. Specimens for mechanical tests (all dimensions in mm) – For TR specimen, longitudinal and transverse deformations are measured. For EUr ($r = 0.5, 1$ or 2 mm) and EV, left and right opening displacements are measured; the mean value is used. For Kahn and M(T), the crack opening displacement and the crack length are measured. The notch radius of Kahn and EV is less than $60 \mu\text{m}$.

the face plates and the specimens. A displacement gage is used to measure the crack-opening displacement across the crack mouth. The gage length is 60 mm. A 1000 kN load cell is used and the cross head speed is 0.1 mm/min.

Kahn specimens are not precracked. The radius of the V-notch is less than $60 \mu\text{m}$. The test consists of stretching the specimen with two pins. A 20 kN load cell is used and the cross head speed is 0.085 mm/min. Straight lines parallel to the loading direction are drawn each millimeter from the notch root to enable crack length measure on pictures taken with a fixed digital camera. With this method, the measured crack length is relative to the initial geometry. However the simulation carried out in section 5 shows that the deformation in the propagation direction is nearly zero outside the initiation region. The simulation indicates that the difference between the crack length measured on the initial configuration and the crack length on the deformed configuration is less than 0.05 mm.

For M(T) and Kahn specimens, the resistance to ductile tearing can be evaluated by the energy dissipation rate R proposed by Turner and Kolednik (1994):

$$R = \frac{1}{B_0} \frac{\Delta U_{\text{diss}}}{\Delta a} \bigg|_{a=5-15 \text{ mm}} \quad (1)$$

where B_0 is the initial thickness and ΔU_{diss} is the energy dissipated in the failure process zone and the surrounding plastically deforming zone for a crack propagation $\Delta a = 10$ mm ($a = 5$ to 15 mm which corresponds to stationary crack growth conditions).

Table 3

Static mechanical properties of 202407tn and 202415tn materials. YS stands for the yield strength at 0.2 % offset, UTS for the ultimate tensile strength and A_{neck} for the engineering elongation corresponding to UTS.

angle	202407tn			202415tn		
	YS (MPa)	UTS (MPa)	A_{neck}	YS (MPa)	UTS (MPa)	A_{neck}
0 (L)	325	452	0.16	337	452	0.15
$\pi/8$	298	440	0.21	312	443	0.17
$\pi/4$	294	436	0.19	297	433	0.18
$3\pi/8$	302	448	0.19	298	438	0.20
$\pi/2$ (T)	304	448	0.18	303	443	0.19

For notched specimens, opening displacement is measured on both sides and the mean value is used. A 10 kN cell is used and the cross head speed is 0.085 mm/min for EV and EU05, 0.17 mm/min for EU1 and 0.34 mm/min for EU2 specimens. Smooth tensile specimens TR are used with two displacement gages so that both longitudinal and transverse strains are recorded. A 10 kN cell is used and the cross head speed is 4 mm/min. The different cross head speeds were chosen to obtain approximately the same plastic strain rate in the notch region ($\approx 10^{-3} \text{ s}^{-1}$). Nevertheless, tests conducted at different strain rates (10^{-5} – 10^{-1} s^{-1}) show that strain rate does not affect the plastic behavior of these materials.

3.2 Results

Fig. 7 shows the results of mechanical tests performed in the T direction for smooth and differently notched specimens. It emerges that the elastic-plastic behavior of both materials is very similar whereas the fracture resistance of 202415tn is much better: although the uniaxial tensile curves are very close, rupture in notched samples arises much earlier for material 202407tn. The load-opening curves of the four differently notched specimens point out the notch effect: when the notch severity increases rupture occurs earlier and for a given opening displacement, the load increases little. EU1 and EU2 specimens lead to a slightly higher load than the tensile specimens. The mechanical tensile properties measured in five directions in the sheet are collected in Table 3 while Fig. 8 displays the flow stress (defined as the true stress) and the width to thickness plastic strain ratio (r -value) of both materials for a plastic deformation of 0.05. The anisotropy of both materials is similar and relatively small. The flow stress is maximum in the L direction (0 rad) and minimum at $\pi/4$. The r -value varies exactly in the opposite way.

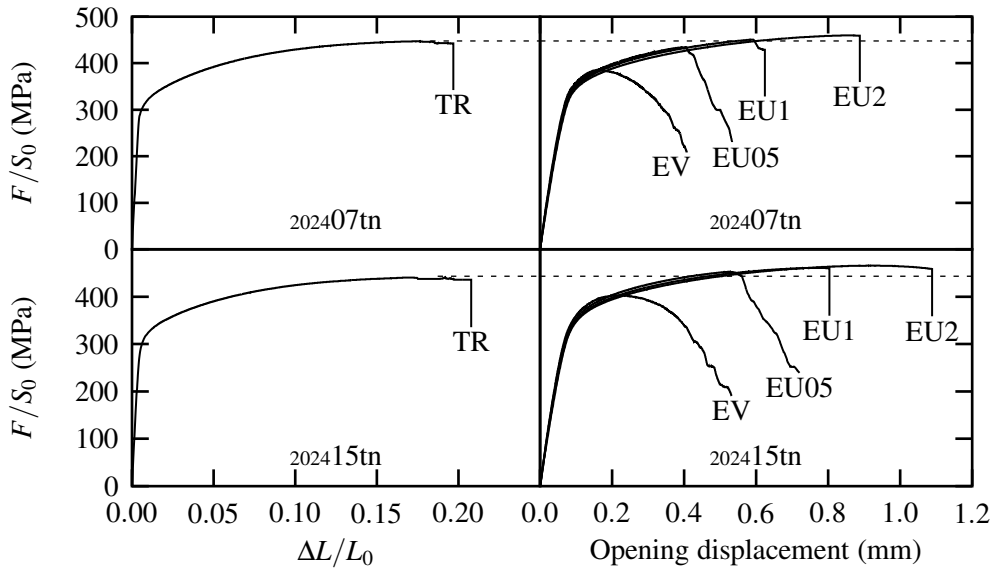


Fig. 7. Experiments on smooth and differently notched specimens loaded in the T direction for 202407tn and 202415tn materials. F stands for the load and S_0 for the initial cross section. $\Delta L/L_0$ is the longitudinal engineering elongation.

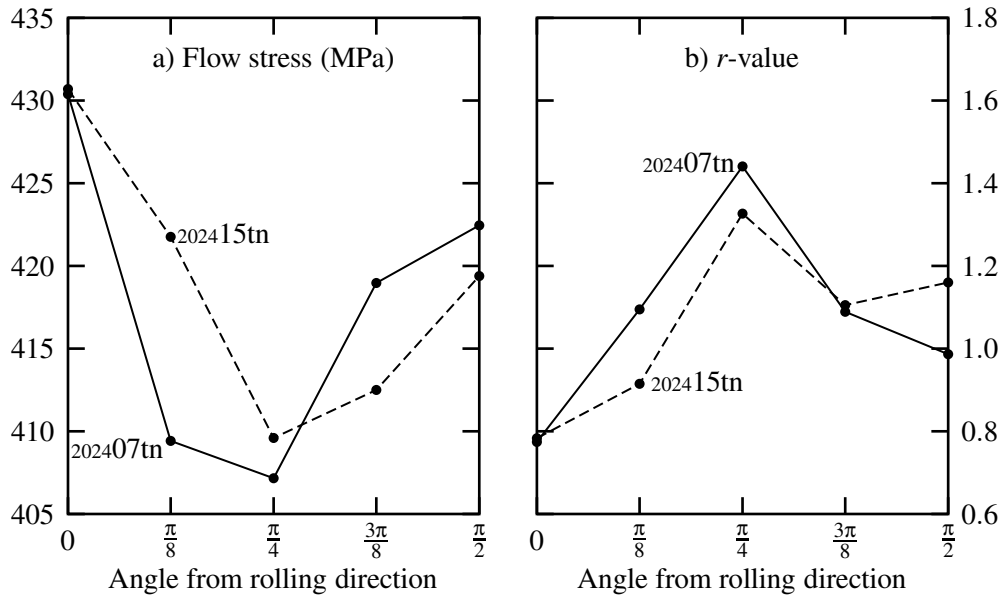


Fig. 8. Flow stress and r -value anisotropy (width to thickness plastic strain ratio) in the sheet plane for a plastic deformation of 0.05

Figs 9 and 10 display the load-opening curves and the crack length measurements on Kahn and M(T) samples. The toughness difference between both materials is significant: in material 202415tn the crack propagates slower and the supported load is higher. Notice that with M(T) sample the propagation initiates at a value almost equal to the fatigue precraking load, i.e. much before the load maximum.

Table 4

Rupture energies R (J/mm²) for a crack extension in the L direction (loading in the T direction) between 5 and 15 mm

	Kahn	M(T)
202407tn	0.17	4.8
202415tn	0.24	10

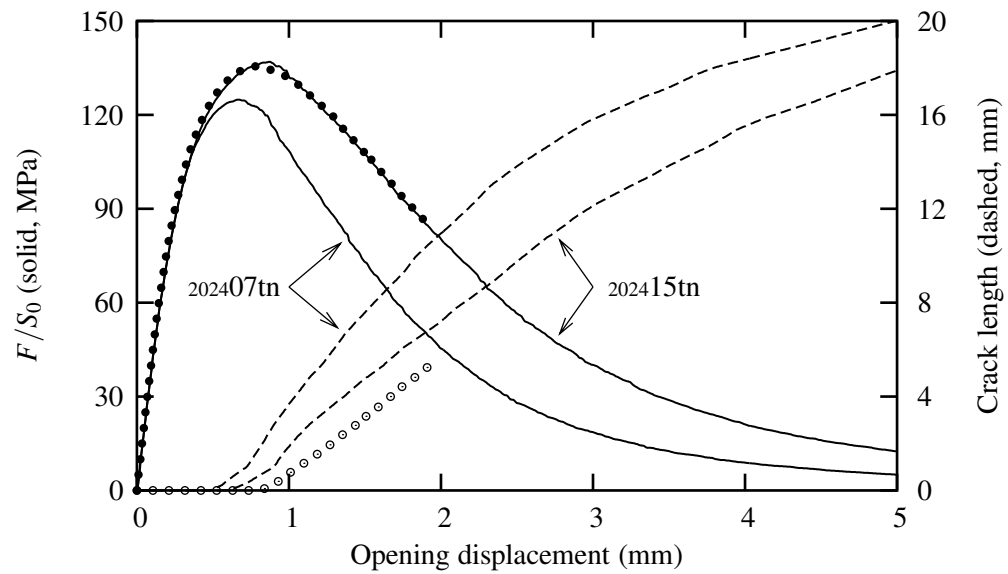


Fig. 9. Experiments on Kahn specimens loaded in the T direction for 202407tn and 202415tn materials. F stands for the load and S_0 for the initial ligament section. Symbols represent the 202415tn simulation.

In all cases (EUR, EV, Kahn and M(T)), rupture anisotropy remains small. Rupture energies for crack propagation in the L direction (loading in the T direction) are reported in Table 4. These energies can be expressed as the sum of two terms (Turner and Kolednik, 1994). The first one is related to the energy dissipated in the rupture process zone while the second one corresponds to the energy dissipated in the plastic zone developed around the crack tip. Due to its small size, Kahn specimen develops large scale yielding. Therefore the plastic zone size is the same for both materials as it is limited by the specimen size; the difference in rupture energies characterizes well the difference in damage resistance: the better damage tolerance of 202415tn corresponds to a higher rupture energy. In M(T) specimen, crack initiation occurs under small scale yielding conditions and the plastic zone is much smaller than the specimen size. The consequence is that the higher load supported by 202415tn induces a larger plastic zone that requires more energy. This explains why the relative increase in fracture energy in M(T) ($\times 2.1$) is larger than for Kahn specimen ($\times 1.4$). The much higher rupture energy in M(T) specimen for both materials is essentially due to the larger plastic zone volume.

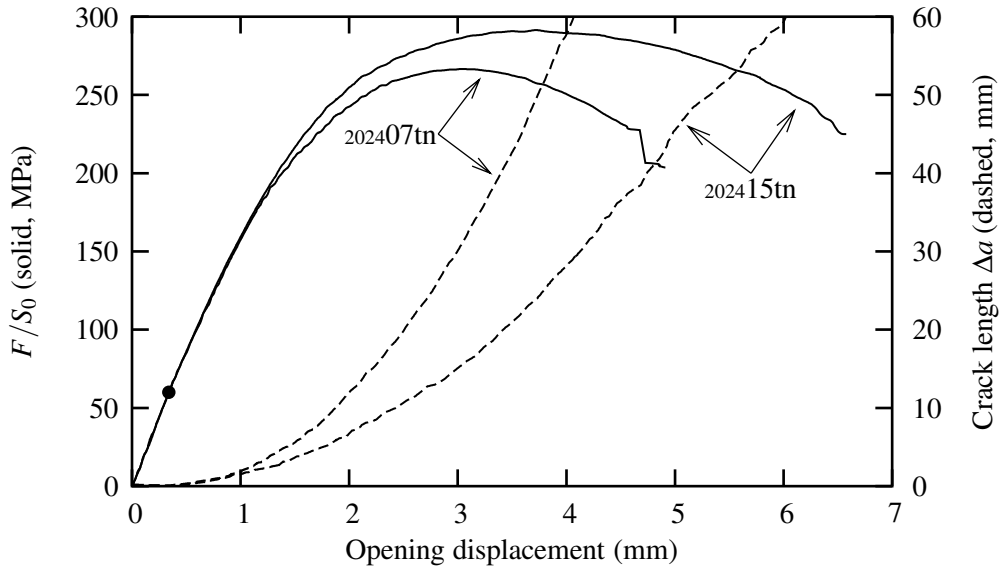


Fig. 10. Experiments on center-cracked panels M(T) loaded in the T direction for 202407tn and 202415tn materials. F stands for the load and S_0 for the initial net section. The black dot indicates the load maximum during fatigue precracking.

4 Fractography

Fig. 11 shows the fracture surfaces of broken samples from mechanical tests. The appearance of the fracture surface depends on the notch severity. M(T), Kahn and EV exhibit the same aspect: the crack begins with a flat triangular shape perpendicular to the loading direction. This triangle has its base on the notch root and its maximum height is about one and a half of the sheet thickness. The remaining fracture surface is slanted with a 45 degrees angle with respect to the loading direction. When notch severity decreases (EU05) the triangle diminishes in size and finally, for EU1, EU2 and smooth specimens, there is no triangle at all and the whole surface is slanted.

To better understand the failure mechanisms, interrupted tests were performed on Kahn samples in which stable crack growth is obtained. In these tests the specimens are firstly given increasing loads and then broken under fatigue. The fatigue facies is significantly different so it is rather easy to locate the crack front corresponding to the load applied to the specimens. Successive positions of the crack front are shown in Fig. 12. One notices that fracture is initiated well before the load maximum is reached in (b). It starts with the formation of a small flat triangular zone in (a) perpendicular to the loading direction. This triangle grows with increasing load and at the maximum, it reaches both free-surfaces of the sample in (b). From that moment, a slanted zone is formed around the triangle in (c). Then the triangular zone and the slanted zone grow together in (d) and eventually the whole crack front becomes slanted and slightly curved in (e).

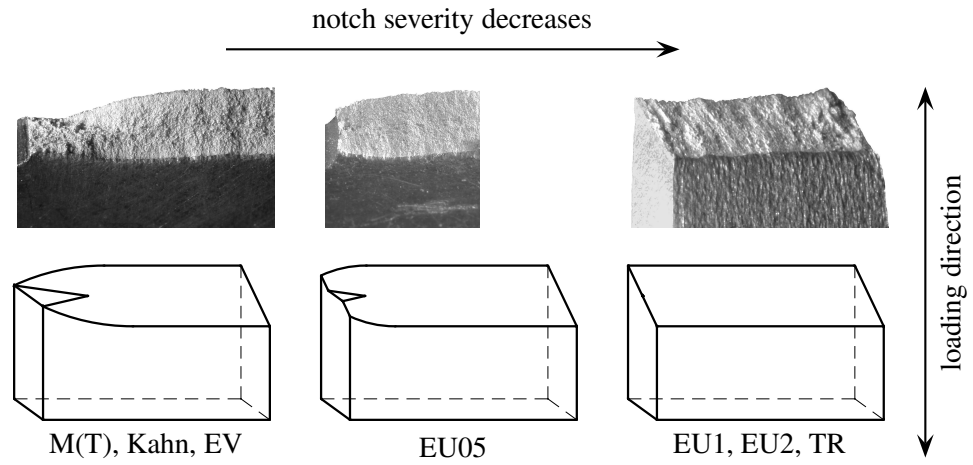
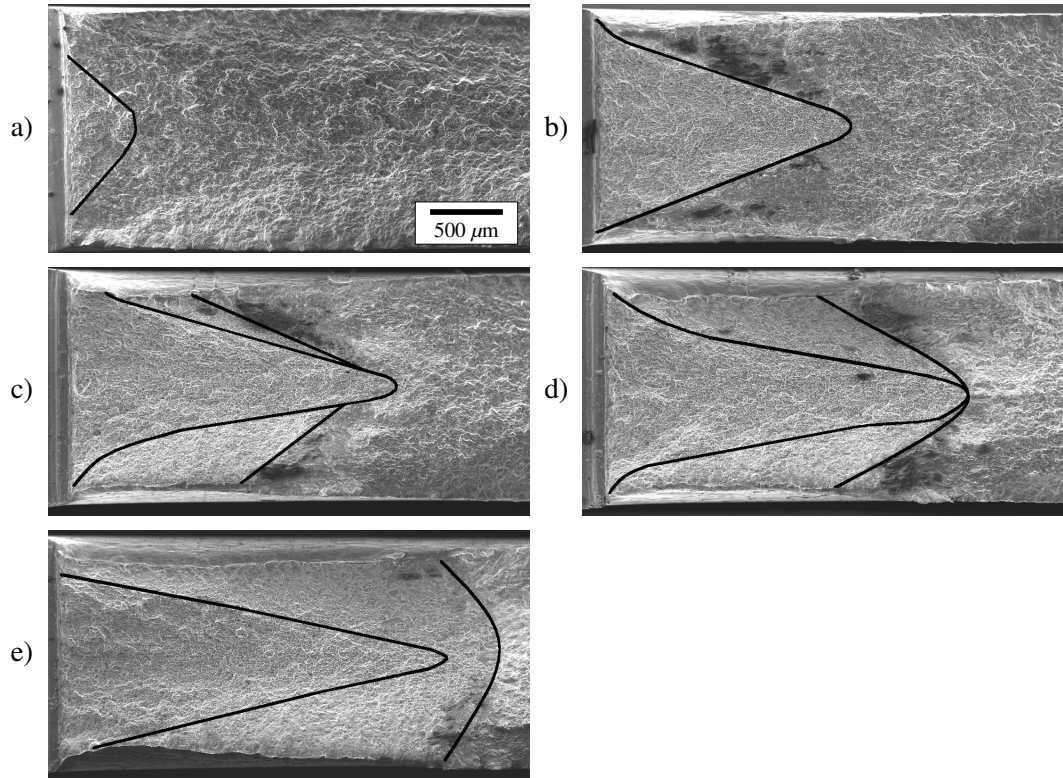


Fig. 11. Macroscopic shape of the fracture surface

Fig. 12. Failure initiation in a 202415tn Kahn sample (interrupted tests). F stands for the load and S_0 for the initial ligament surface.

At a higher magnification, the appearance of the triangle and the slanted plane are very different. In the triangle (Fig. 13b) void growth mechanism is dominant: large dimples can be seen around second phase particles. Their size is about 7 μm in 202407tn and 12 μm in 202415tn. The smaller interparticle distance in 202407tn explains this difference. On the contrary, in the slanted plane (Fig. 13c) void growth is limited and very small secondary dimples are observed (see also Sarkar et al.

(2001)). Their size is less than $1\text{ }\mu\text{m}$ in both materials and particles which size corresponds to that of dispersoids can be seen in each dimple (Fig. 14a). In the slanted plane, the rupture surface also exhibits smooth areas where small dimples cannot be seen (Fig. 14b, left). This indicates that friction between both surfaces has occurred during the failure process: grooves are shown in Fig. 14b (right). These observations are more frequent in smooth tensile specimens.

Finally Fig. 13a shows polished sections of TR specimens deformed at homogeneous elongation (about 17 %). In both materials, only broken particles and holes can be seen. These observations are consistent with those reported by other investigators (Stone et al., 1974). This indicates that debonding and cracking of particles is relatively rapid.

It is important to note that the small sized Kahn samples and the large M(T) panels exhibit exactly the same macroscopic and microscopic fracture appearance: a flat triangular initiation zone with large dimples and a slanted fracture surface with small dimples in the stable propagation zone. This indicates that the same rupture mechanisms occur in both cases.

5 Discussion: failure mechanisms

5.1 Simulation

To have a better understanding of the difference between flat and slant fracture modes, a 3D simulation of a Kahn test with crack propagation is performed. The calculation is performed with the object-oriented finite element code Zébulon (Besson and Foerch, 1997). The constitutive model for porous materials proposed by Rousselier (1987) and extended by Tanguy and Besson (2002) is used. Damage is represented by a single scalar variable: the porosity f . The mesh size in the propagation region is $160\text{ }\mu\text{m}$ in the loading direction, $200\text{ }\mu\text{m}$ in the propagation direction, and $218\text{ }\mu\text{m}$ in the thickness direction. Using this mesh size slant fracture is not reproduced because it requires a much finer mesh (Besson et al., 2001a,b).

This calculation is similar to those carried out by Chabanet et al. (2003). Isotropic hardening is used with an anisotropic yield surface (Bron and Besson, 2004). This yield criterion is an extension of the one proposed by Karafillis and Boyce (1993). It is adjusted to fit TR, EU1 and EU2 tests. The initial void volume fraction is 1.6×10^{-3} . It corresponds to the void volume fraction measured by image analysis on 202415tn material (Table 2). A constant nucleation controlled by the equivalent plastic strain is supposed to represent debonding and cracking of second phase particles. Nucleation is treated like in the Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN) model (Chu and Needleman, 1980;

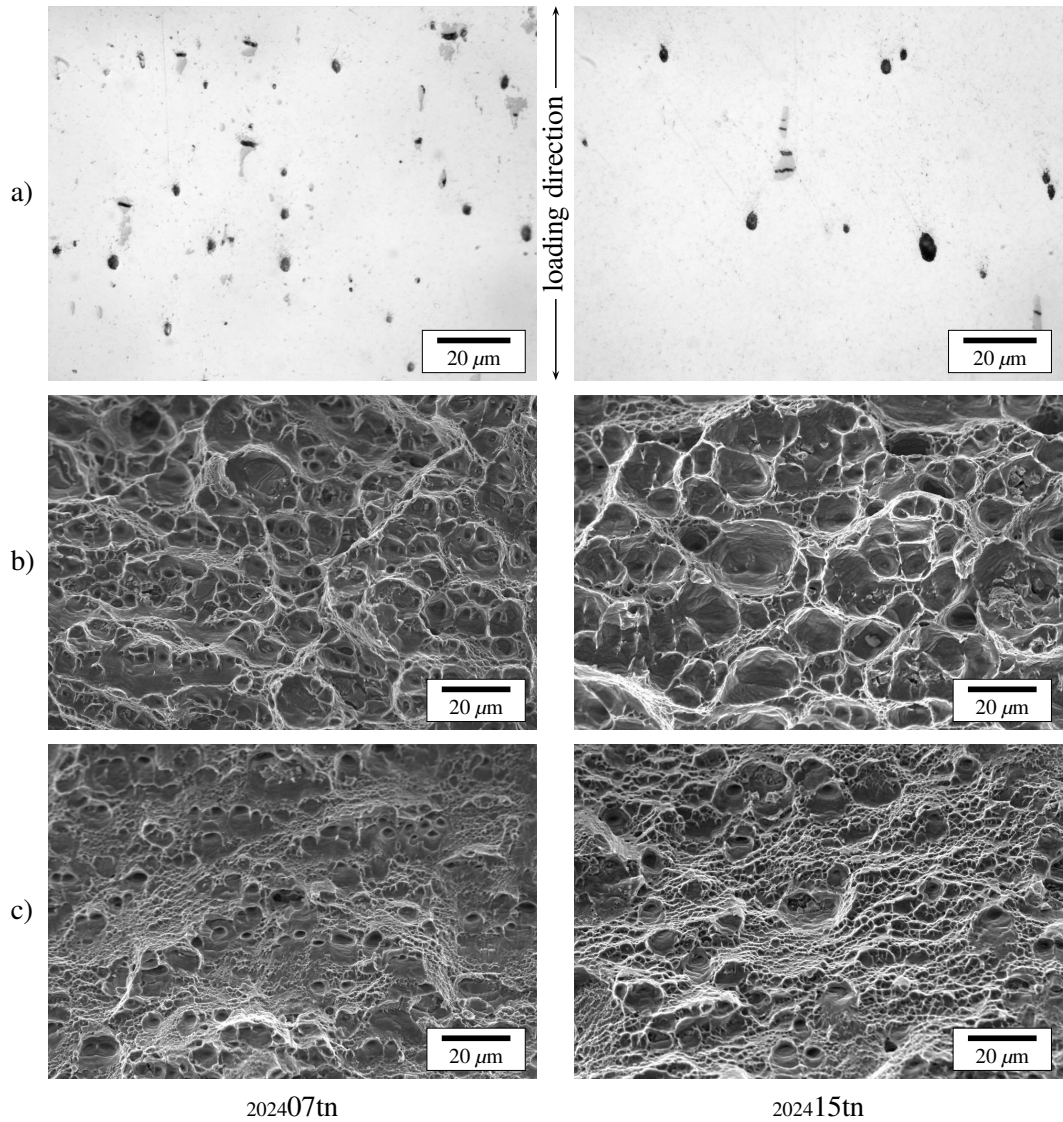


Fig. 13. Broken particles in TR sample at homogeneous elongation (a), large dimples in Kahn sample in the triangular zone (b) and small dimples in Kahn sample in the slanted plane (c). The left column refers to 202407tn material and the right one to 202415tn material.

Tvergaard and Needleman, 1984; Needleman and Tvergaard, 1984). The total void nucleation corresponds to the volume fraction of second phase particles measured by image analysis: 3.7×10^{-3} (Table 2). The nucleation stops when the equivalent plastic deformation is that of homogeneous elongation in a smooth tensile test. Then, the evolution of the porosity is obtained by:

$$\begin{aligned} \dot{f} &= \dot{f}_{\text{growth}} + \dot{f}_{\text{nucleation}} \\ &= (1 - f) \text{tr} \dot{\xi}^p + 3.7 \times 10^{-3} (p < p_0) \dot{p} / p_0 \end{aligned} \quad (2)$$

where $\dot{\xi}^p$ is the plastic deformation rate second order tensor and p_0 is the equivalent plastic deformation at homogeneous elongation in a smooth tensile test. The two parameters of the modified Rousselier model are adjusted to best fit Kahn tests:

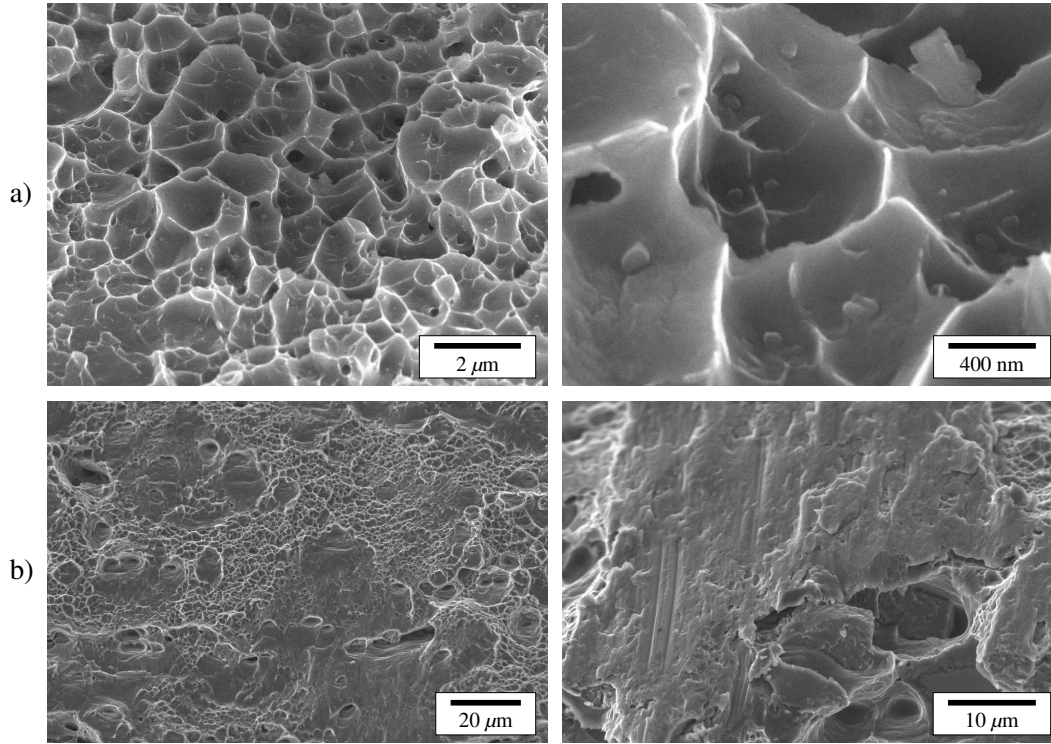


Fig. 14. Slanted fracture zone in 202415tn material. Zoom on small dimples with dispersoids (a), smooth areas (b, left) with friction marks (b, right)

$D = 4.8$ and $q = 1.05$. As finite element calculations using softening models are mesh size dependent (Liu et al., 1994), these two parameters depend on the chosen mesh size. In particular, the large value for D is related to the relatively coarse mesh used to simulate crack extension.

The macroscopic response is given in Fig. 9 (symbols). The crack growth process initiates slightly too late but the rate is consistent with experiments. This is likely due to the fact that failure mechanisms are different at initiation and during crack extension as shown in section 4. The model parameters were fitted to represent the stationary crack growth and give a poor prediction of initiation.

5.2 Results of the simulation

In the modified Rousselier model, as in the GTN model, damage is controlled by the hydrostatic pressure $\sigma_{ii}/3$ normalized by the flow stress σ_{flow} of the undamaged material. The stress ratio $\frac{1}{3}\sigma_{ii}/\sigma_{\text{flow}}$ is plotted in Fig. 15a for two different locations: the first one is at the notch root and the second one is 5 mm away in a region where stable slanted cracking is observed. The stress ratio at notch root is twice that in the slanted region. In this situation, void growth around second phase particles is promoted and this explains why large dimples are observed. The decrease of $\frac{1}{3}\sigma_{ii}/\sigma_{\text{flow}}$ is caused by growing damage so that $\sigma_{ii} \rightarrow 0$. The flow

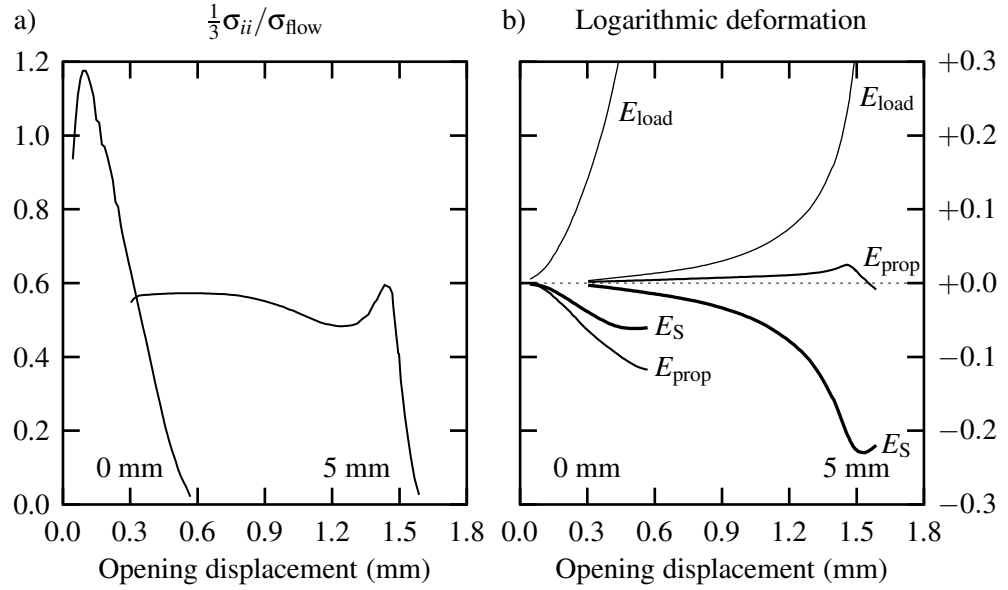


Fig. 15. 3D Kahn simulation; comparison of the flat triangular fracture zone (0 mm: at the notch root) and the slanted fracture zone (5 mm away from the notch root). Stress ratio controlling damage growth in constitutive models (a) and strain state (b). E_{load} , E_{prop} and E_S stand for the logarithmic deformations in the loading direction, in the propagation direction and in the S direction respectively. The results are given from the onset of plasticity to rupture.

stress of the undamaged material does not decrease. Fig. 15b shows the logarithmic deformations at the two locations. E_{load} stands for the deformation in the loading direction, E_{prop} for the deformation in the propagation direction and E_S for the deformation in the S direction. At 5 mm the deformation in the propagation direction is very small so that almost plane strain state is observed in a plane that is perpendicular to the propagation direction. This situation promotes easy strain localization as mentioned by Needleman and Rice (1978) and justifies the observed slant fracture mode and the limited void growth. The observed localization angle (45°) is that corresponding to plane strain conditions. At notch root, E_S and E_{prop} are close which delays band localization (Needleman and Rice, 1978). Thickness reduction (E_S) is much larger in the slanted region than at notch root as observed on broken samples and by Pardoen et al. (1999). In this latter work, flat fracture was always observed. This is likely to be related to the higher hardening capability of the studied material.

5.3 Failure mechanisms

The comparison of the fracture surfaces obtained on smooth and differently notched specimens indicates two failure mechanisms (Fig. 16). Voids are first initiated at intermetallic particles in both cases. In regions where the stress ratio $\frac{1}{3}\sigma_{ii}/\sigma_{flow}$ is small, the strain state corresponds to plane strain conditions. Due

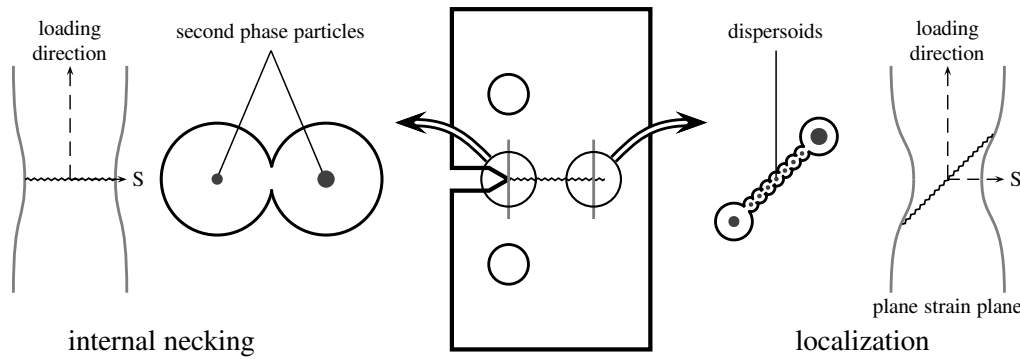


Fig. 16. Two failure mechanisms: internal necking (left) or localization of the deformation (right).

to the low stress ratio, void growth is limited. However the strain state promotes shear band localization causing the void to coalesce rapidly according to a “void sheet mechanism” (Garrison and Moody, 1987; Bandstra and Koss, 2001) which creates smaller dimples in the inter-void ligaments nucleated at dispersoids. This mechanism is consistent with fractographs shown in Fig. 13c. The failure of the specimens is essentially controlled by a plastic instability: the localization of plastic deformation into a shear band (Rice, 1976). This situation prevails in smooth tensile specimens and slightly notched samples but also in the slanted plane of severely notched samples. Near the notch root of severely notched samples, $\frac{1}{3}\sigma_{ii}/\sigma_{flow}$ is higher. This promotes void growth. In addition the strain state delays localization and final rupture is caused by “internal necking” (Thomason, 1985) between the large cavities initiated at intermetallics. Shear bands are avoided and secondary dimples created on dispersoids cannot be observed (Fig. 13.b).

6 Conclusions

In this study a commercial 2024 alloy and a high-purity 2024 alloy were investigated. As expected the high-purity alloy contains less second phase particles than the standard alloy. Consequently the damage resistance, as measured from fracture tests performed on smooth, notched and cracked specimens, is improved.

Two particular fracture modes were pointed out corresponding to different stress/strain states. Damage initiates at second phase particles and initial voids in both cases. High hydrostatic pressure promotes void growth leading to large dimples and rupture by internal necking. Low hydrostatic pressure leads to the localization of the deformation into a shear band and the nucleation of smaller dimples on dispersoids between the initial cavities (void sheeting). Smooth and moderately notched samples develop low hydrostatic pressure and void sheeting. Kahn, M(T) and severely notched samples develop high hydrostatic pressure near the notch root and rupture arises by internal necking. However ahead of the crack tip, outside the initiation region, the loading develops high thickness reduction

leading to a plane strain state in the propagation direction which favors band localization and void sheeting.

Both small sized Kahn samples and large M(T) panels were found to have identical failure mechanisms which suggests that numerical modeling of fracture by a local approach to rupture should be transferable from Kahn samples to M(T) panels.

Acknowledgments

The authors would like to thank very much É. Maire and J.-Y. Buffière (INSA, Lyon, France) and P. Cloetens (ID19 beamline, European Synchrotron Radiation Facility, Grenoble, France) who made it possible to have a few hours of synchrotron beam time at ESRF for high resolution tomography. They also would like to thank F. Esposito and B. Bès (Pechiney CRV, Voreppe, France) for their technical support in image analysis and *R*-curve testing. This research was supported by Pechiney CRV and the French Ministry of the Economy, Finance and Industry (ASA network) for which the authors are grateful.

References

- ASM, 1990. ASM Handbook Vol 2: Properties and selection: nonferrous alloys and special-purpose materials, tenth Edition. ASM International.
- ASTM, 1999. E 561–98 Standard practice for *R*-curve determination. Annual Book of ASTM Standards 03.01, 509–521.
- ASTM, 2001. B 871–01 Standard test method for tear testing of aluminum alloy products. Annual Book of ASTM Standards 02.02.
- Bandstra, J. P., Koss, D. A., 2001. Modeling the ductile fracture process of void coalescence by void-sheet formation. *Mater. Sci. Engng A* 319–321, 490–495.
- Besson, J., Brocks, W., Chabanet, O., Steglich, D., 2001a. Ductile rupture of aluminum sheet materials. *Eur. J. Finite Elem.* 10, 401–415.
- Besson, J., Foerch, R., 1997. Large scale object-oriented finite element code design. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng* 142 (1–2), 165–187.
- Besson, J., Steglich, D., Brocks, W., 2001b. Modeling of crack growth in round bars and plane strain specimens. *Int. J. Solids Struct.* 38 (46–47), 8259–8284.
- Bron, F., Besson, J., 2004. A yield function for anisotropic materials, application to aluminum alloys. *Int. J. Plasticity* 20 (4–5), 937–963.
- Chabanet, O., Steglich, D., Besson, J., Heitmann, V., Hellmann, D., Brocks, W., 2003. Predicting crack growth resistance of aluminium sheets. *Comput. Mater. Sci.* 26, 1–12.

- Chu, C. C., Needleman, A., 1980. Void nucleation effects in biaxially stretched sheets. *J. Engng Mater. Tech.* 102 (3), 249–256.
- Gao, M., Feng, C. R., Wei, R. P., 1998. An analytical electron microscopy study of constituent particles in commercial 7075–T6 and 2024–T3 alloys. *Metall. Mater. Trans. A* 29 (4), 1145–1151.
- Garrison, W. M., Moody, N. R., 1987. Ductile fracture. *J. Phys. Chem. Solids* 48 (11), 1035–1074.
- Hahn, G. T., Rosenfield, A. R., 1975. Metallurgical factors affecting fracture toughness of aluminum alloys. *Metall. Trans. A* 6A (4), 653–668.
- Jeong, D. Y., Orringer, O., Sih, G. C., 1995. Strain energy density approach to stable crack extension under net section yielding of aircraft fuselage. *Theor. Appl. Fract. Mech.* 22 (2), 127–137.
- Kapur, J. N., Sahoo, P. K., Wong, A. K. C., 1985. A new method for gray-level picture thresholding using the entropy of the histogram. *Comput. Vision, Graphics and Image Proc.* 29 (3), 273–285.
- Karafillis, A. P., Boyce, M. C., 1993. A general anisotropic yield criterion using bounds and a transformation weighting tensor. *J. Mech. Phys. Solids* 41 (12), 1859–1886.
- Liu, Y., Murakami, S., Kanagawa, Y., 1994. Mesh-dependence and stress singularity in finite element analysis of creep crack growth by continuum damage mechanics approach. *Eur. J. Mech., A/Solids* 13 (3), 395–417.
- Maire, E., Buffière, J.-Y., Salvo, L., Blandin, J.-J., Ludwig, W., Letang, J. M., 2001. On the application of X-ray microtomography in the field of materials science. *Adv. Engng Mater.* 3 (8), 539–546.
- Nakai, M., Eto, T., 2000. New aspects of development of high strength aluminum alloys for aerospace applications. *Mater. Sci. Engng A* 285 (1–2), 62–68.
- Needleman, A., Rice, J. R., 1978. Limits to ductility set by plastic flow localization. In: Koistinen, D. P., Wang, N.-M. (Eds.), *Mechanics of sheet metal forming: material behaviour and deformation analysis*. Plenum Press, pp. 237–267.
- Needleman, A., Tvergaard, V., 1984. Analysis of ductile rupture in notched bars. *J. Mech. Phys. Solids* 32 (6), 461–490.
- Pardoen, T., Marchal, Y., Delannay, F., 1999. Thickness dependence of cracking resistance in thin aluminium plates. *J. Mech. Phys. Solids* 47, 2093–2123.
- Rice, J. R., 1976. The localization of plastic deformation. In: Koiter, W. T. (Ed.), *Theoretical and Applied Mechanics*. North-Holland Publishing Company, Amsterdam, pp. 207–220.
- Rousselier, G., 1987. Ductile fracture models and their potential in local approach of fracture. *Nuclear Engng Design* 105, 97–111.
- Sahoo, P. K., Soltani, S., Wong, A. K. C., Chen, Y. C., 1988. A survey of thresholding techniques. *Comput. Vision, Graphics and Image Proc.* 41 (2), 233–260.
- Sarkar, J., Kutty, T. R. G., Conlon, K. T., Wilkinson, D. S., Embury, J. D., Lloyd, D. J., 2001. Tensile and bending properties of AA5754 aluminum alloys. *Mater. Sci. Engng A* 316 (1–2), 52–59.

- Stone, R. H. v., Merchant, R. H., Low, J. R., 1974. Investigation of the plastic fracture of high-strength aluminum alloys. In: Hickey, C. F., Broadwell, R. G. (Eds.), *Fatigue and fracture toughness cryogenic behavior ASTM STP 556*. pp. 93–124.
- Tanguy, B., Besson, J., 2002. An extension of the Rousselier model to viscoplastic temperature dependent materials. *Int. J. Fract.* 116 (1), 81–101.
- Thomason, P. F., 1985. Three-dimensional models for the plastic limit-loads at incipient failure of the intervoid matrix in ductile porous solids. *Acta Metall.* 33 (6), 1079–1085.
- Turner, C. E., Kolednik, O., 1994. Application of energy dissipation rate arguments to stable crack growth. *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct.* 17 (10), 1109–1127.
- Tvergaard, V., Needleman, A., 1984. Analysis of cup-cone fracture in a round tensile bar. *Acta Metall.* 32 (1), 157–169.

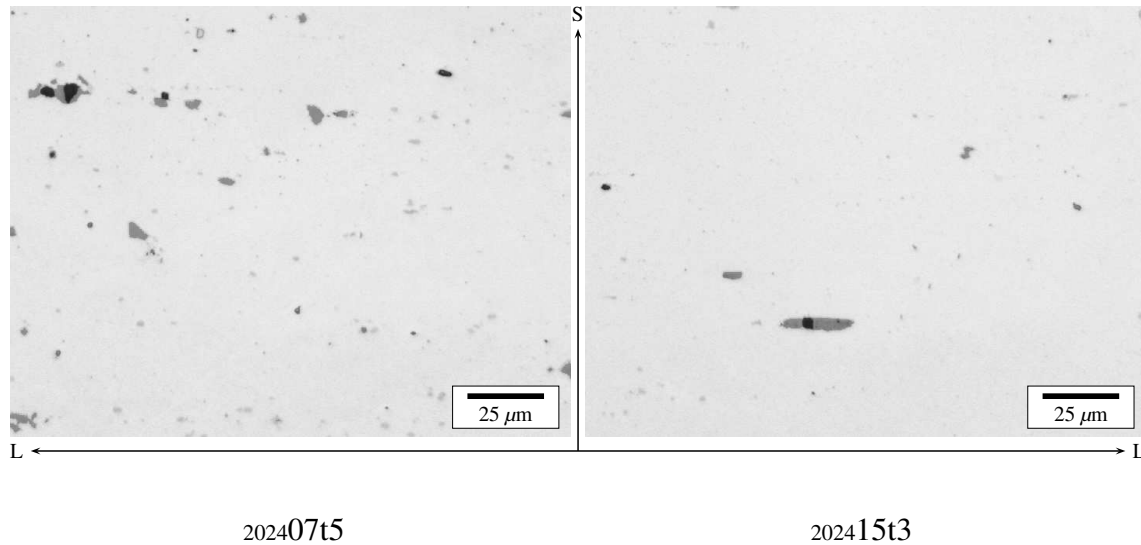


Fig. 1.1 : Microstructure des tôles 202407t5 et 202415t3 dans le plan LS avec particules rompues avant essai.

3 Rupture dans les tôles 202407t5 et 202415t3

3.1 Microstructure

Les tôles pré-étirées présentent une microstructure semblable aux autres tôles mais il est possible de mettre en évidence des particules rompues comme sur la figure 1.1. La morphologie des phases grossières et des trous a été étudiée par analyse d'images (42 micrographies dans le plan LS et 49 dans le plan TS pour la tôle 202407t5, 34 dans le plan LS et 46 dans le plan TS pour la tôle 202415t3). Les résultats donnés dans le tableau 1.5 indiquent que les dimensions des phases et des porosités sont pratiquement inchangées par rapport aux tôles non pré-étirées (en tenant compte de la précision des mesures). Ceci montre qu'à 3 ou 5 % d'allongement, la décohésion et la rupture des phases ont déjà commencé mais ne sont pas encore très développées. Comme il a été confirmé dans la section précédente que ces phénomènes sont terminés à la striction, on peut supposer, en première approximation, que la rupture des phases grossières est régulière jusqu'à une déformation correspondant à la striction des éprouvettes lisses.

3.2 Essais mécaniques

Les essais mécaniques ont été effectués sur les tôles pré-étirées en suivant le même plan d'expérience que pour les tôles non pré-étirées. La figure 1.2 présente les essais de traction dans la direction T sur les éprouvettes lisses et entaillées. On observe toujours l'effet d'entaille : plus l'entaille est sévère, plus la charge est élevée. Par contre la pré-traction plus importante sur la tôle 202407t5 (5 %) que sur la tôle 202415t3 (3 %) entraîne une limite d'élasticité et des charges globalement supérieures ainsi qu'une plus faible

		202407t5			202415t3		
		P	V	P+V	P	V	P+V
dimension (μm)	L	2,47 (2,1)	3,14 (1,4)	2,51 (2,1)	2,48 (2,2)	4,90 (2,6)	2,90 (2,5)
	T	2,35 (1,9)	2,77 (1,6)	2,38 (1,9)	2,21 (1,8)	3,48 (1,6)	2,37 (1,9)
	S	1,79 (1,2)	2,36 (1,0)	1,83 (1,2)	1,78 (1,1)	3,14 (1,2)	1,97 (1,2)
aire (μm^2)	LS	4,25 (7,7)	6,52 (5,3)	4,37 (7,6)	4,50 (8,7)	14,3 (12)	6,20 (10)
	TS	3,96 (7,1)	5,35 (5,6)	4,07 (7,0)	3,69 (5,8)	8,23 (6,0)	4,26 (6,0)
nombre (μ/mm^2)	LS	3148	180	3329	804	161	965
	TS	3080	254	3334	1355	190	1545
f_s (10^{-3})		14,6	1,30	15,9	4,97	1,88	6,84

Tab. 1.5 : Analyse d'images sur les tôles 202407t5 et 202415t3. P représente les phases intermétalliques et V les cavités. Les petits chiffres entre parenthèses sont les écarts quadratiques moyens.

ductilité. Les caractéristiques mécaniques statiques des deux tôles sont données dans le tableau 1.6. L'anisotropie de limite d'écoulement et de coefficient de Lankford pour une déformation plastique de 0.05 (figure 1.3) est très similaire à celle des tôles non pré-étirées mais le niveau de chargement global est nettement plus élevé à cause du pré-écrouissage.

Les figures 1.4 et 1.5 présentent les résultats des essais de fissuration des éprouvettes Kahn et M(T). Là encore, la nuance de haute pureté voit une charge beaucoup plus élevée et une avancée de fissure plus lente. Cependant, il faut noter que la pré-traction appliquée aux deux tôles est différente dans le cas des éprouvettes Kahn et identique dans le cas des éprouvettes M(T). Les énergies de rupture sont reportées dans le tableau 1.7. Elles sont plus faibles que pour les tôles non pré-étirées car les matériaux sont déjà endommagés et écrouis par la pré-traction mais la diminution est très nettement plus importante dans le cas des éprouvettes M(T) que dans le cas des éprouvettes Kahn. Ceci s'explique par l'importance plus grande de l'énergie nécessaire à l'écrouissage du matériau dans le cas des éprouvettes M(T). La pré-traction diminue la capacité d'écrouissage et donc le besoin en énergie.

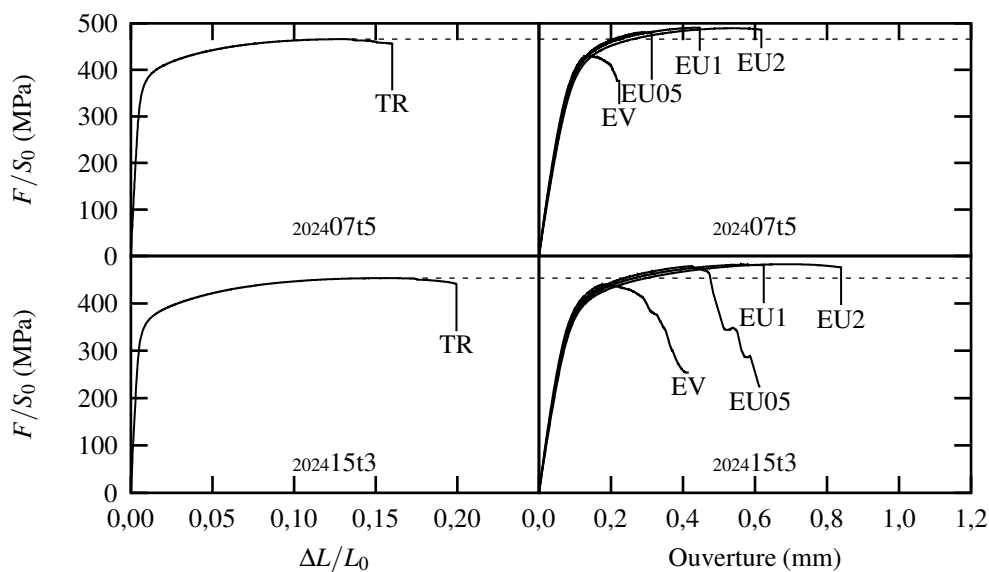


Fig. 1.2 : Essais sur éprouvettes lisses et entaillées tractionnées dans la direction T pour les tôles 202407t5 et 202415t3. F est la force et S_0 la section initiale. $\Delta L/L_0$ est la déformation ingénieur longitudinale.

angle	202407t5			202415t3		
	R_{p02} (MPa)	R_M (MPa)	A_S	R_{p02} (MPa)	R_M (MPa)	A_S
0 (L)	422	474	0,11	397	465	0,15
$\pi/8$	365	463	0,14	348	454	0,15
$\pi/4$	355	456	0,12	338	449	0,16
$3\pi/8$	307	338	0,13	329	448	0,16
$\pi/2$ (T)	354	467	0,14	334	454	0,15

Tab. 1.6 : Caractéristiques mécaniques statiques des tôles 202407t5 et 202415t3. R_{p02} est la limite d'élasticité pour une déformation plastique de 0,2 %, R_M est la résistance mécanique et A_S est la déformation ingénieur correspondant à R_M .

	Kahn	M(T)
202407t5	0,12	1,24 ¹
202415t3	0,19	4,64 ²

Tab. 1.7 : Énergies de rupture R (J/mm²) pour une avancée de fissure dans la direction L de 5 à 15 mm (traction dans la direction T)

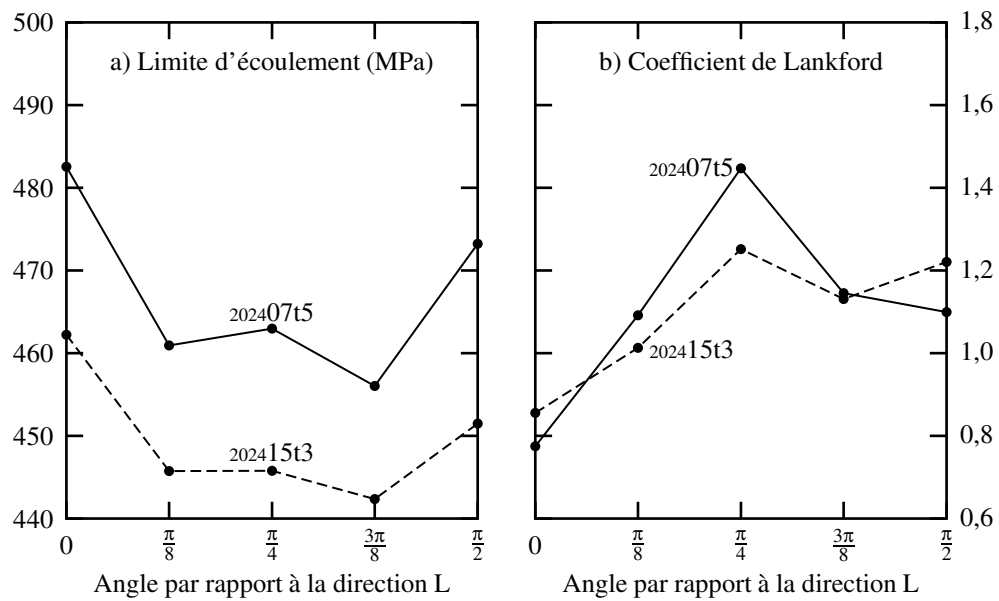


Fig. 1.3 : Limite d'écoulement et coefficient de Lankford dans le plan des tôles 202407t5 et 202415t3 pour une déformation plastique de 0,05. Le coefficient de Lankford est le rapport de la déformation plastique latérale et de la déformation plastique dans l'épaisseur.

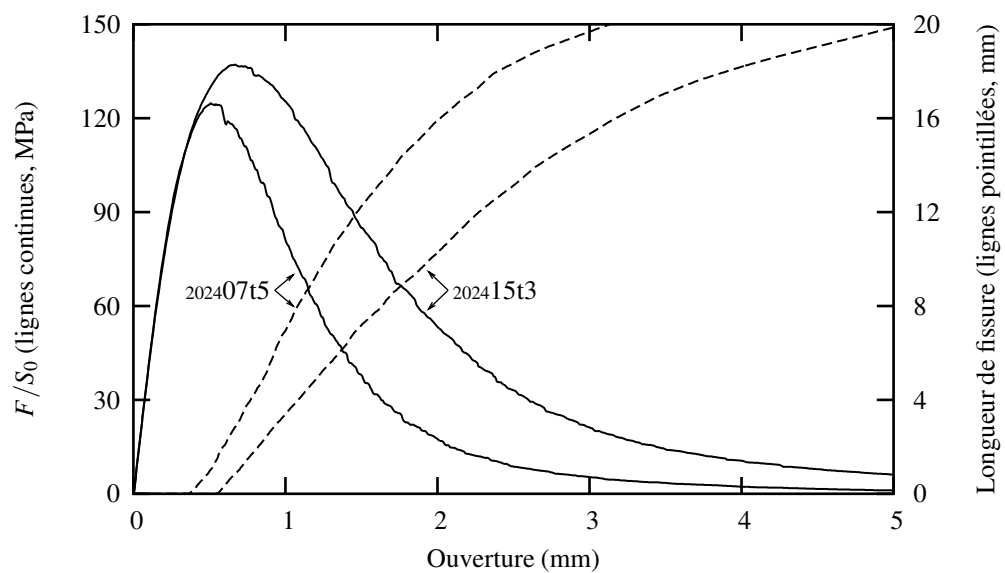


Fig. 1.4 : Essais sur éprouvettes Kahn tractionnées dans la direction T pour les tôles 202407t5 et 202415t3. F est la force et S_0 la section initiale.

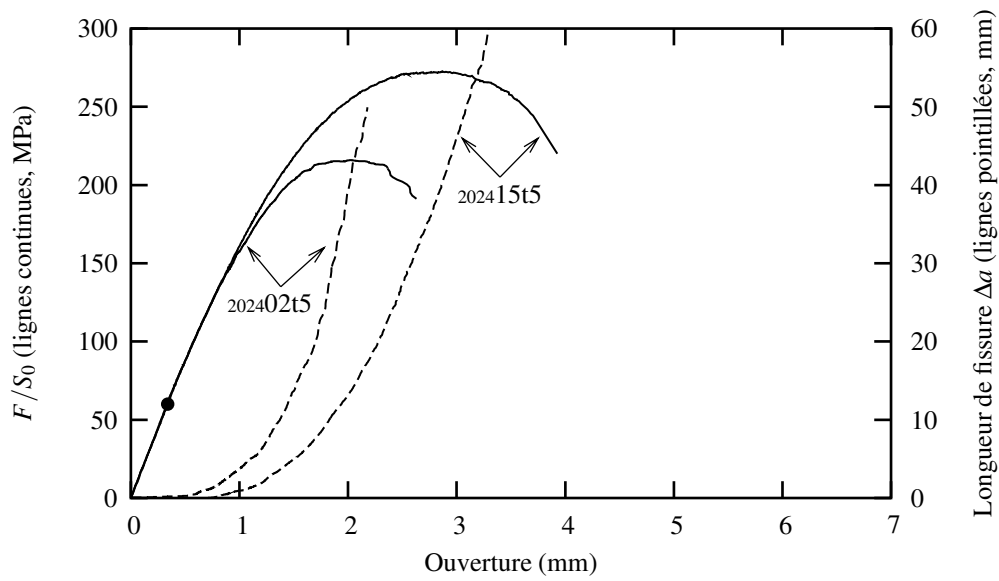


Fig. 1.5 : Essais sur panneaux M(T) tractionnés dans la direction T pour les tôles 202402t5 et 202415t5. F est la force et S_0 la section portante initiale. Le point noir indique la charge maximale pendant la pré-fissuration en fatigue.

3.3 Mécanismes de rupture

Une observation au microscope indique que les surfaces de rupture des tôles avec et sans pré-traction sont identiques. Ceci indique que la rupture est provoquée par les mêmes mécanismes.

Résumé

- Les tôles en alliages 2024 contiennent, dans leur état de réception, des phases grossières intermétalliques et des porosités.
 - Les tôles à haute pureté 202415tn et 202415t3 contiennent moins de phases intermétalliques grossières que les tôles ordinaires 202407tn et 202407t5. Elles ont donc une résistance au dommage plus importante.
 - Les tôles pré-tractionnées 202407t5 et 202415t3 supportent des charges plus importantes que les tôles 202407tn et 202415tn mais ont une ductilité et une résistance au dommage diminuées.
 - Deux mécanismes de rupture sont mis en évidence avec germination à partir des porosités initiales et des phases intermétalliques dans les deux cas :
 - à haute pression hydrostatique, la croissance des cavités est encouragée conduisant à de grosses cupules et une rupture par striction interne.
 - à faible pression hydrostatique, la déformation se localise dans une bande à 45° conduisant à la germination d'une seconde population de cupules sur les dispersoïdes.
 - La pression hydrostatique est faible dans les éprouvettes plates et faiblement entaillées (TR, EU2 et EU1) ; la rupture se fait par localisation en biseau.
 - La pression hydrostatique en fond d'entaille est élevée pour les éprouvettes fortement entaillées (Kahn, EV, EU05 et M(T)) d'où une rupture par striction interne. Cependant, en s'éloignant du fond d'entaille, la pression hydrostatique est plus faible et un état de déformation plane dans la direction de propagation est observé, ce qui favorise la rupture en biseau par localisation.
 - Les éprouvettes Kahn de petite taille et les éprouvettes M(T) de courbe R de grande taille présentent les mêmes mécanismes de rupture.
-

Chapitre 2

Comportement plastique des tôles

1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de mieux décrire le comportement plastique des tôles d'aluminium. En effet, la plasticité se développe de manière anisotrope et le critère de von Mises n'est pas adapté. Le comportement plastique précède la rupture et peut donc favoriser un mode de rupture plutôt qu'un autre s'il n'est pas bien représenté dans les calculs. Par exemple, la localisation de la déformation en bande à 45° n'intervient que dans des états bien particuliers de contraintes et déformations. Le critère de Hill (1948) n'étant pas adapté aux tôles d'aluminium et les critères avancés proposés par Barlat et al. (1997a,b) n'ayant pas toutes les propriétés nécessaires à une bonne implémentation, un nouveau critère est proposé dans la section suivante où il est appliqué avec succès à un grand nombre d'alliages d'aluminium et à la tôle 202415tn. Il est ensuite utilisé pour modéliser l'anisotropie plastique de la tôle 202407tn. La modélisation de ces deux tôles étant établie, une pré-traction est appliquée fictivement pour représenter les tôles pré-étirées. Dans une dernière section, le comportement spécifique des tôles dans la direction L est exposé avec un effet de type Portevin–Le Châtelier.

2 Modélisation de l'anisotropie plastique : proposition d'un nouveau critère anisotrope pour la tôle 202415tn

Cette section a fait l'objet d'un article à paraître dans la revue *International Journal of Plasticity* (Bron et Besson, 2004). L'article a été accepté dans sa version définitive présentée ci-dessous le 16 mai 2003.

Résumé

Un critère de plasticité permettant la modélisation de l'anisotropie des tôles d'aluminium est proposé. C'est une extension des critères proposés par Barlat et al. [Int. J. Plasticity 7 (1991) 693] et Karafillis et Boyce [J. Mech. Phys. Solids 41 (1993) 1859]. L'anisotropie est représentée par 12 paramètres définissant deux déviateurs modifiés. Quatre autres paramètres règlent la forme de la surface de charge de manière isotrope. Le rôle de chaque paramètre est décrit en détail. La convexité de la surface est démontrée. Ce critère de plasticité a été programmé dans un code éléments finis orienté objets dans le cas général 3D. Il est utilisé pour modéliser l'anisotropie plastique d'une tôle mince en alliage d'aluminium 2024 et l'ajustement est excellent. D'autres matériaux anisotropes décrits dans la littérature sont aussi très bien représentés par ce critère.

A yield function for anisotropic materials

Application to aluminum alloys

F. Bron^{a,b,*} J. Besson^a

^a*Centre des Matériaux, École Nationale Supérieure des Mines de Paris,
BP 87, 91003 Évry Cedex, France*

^b*Pechiney Centre de Recherches de Voreppe,
BP 27, 38341 Voreppe Cedex, France*

Abstract

A phenomenological yield function is proposed to represent the plastic anisotropy of aluminum sheets. It is an extension of the functions given by Barlat et al. [Int. J. Plasticity 7 (1991) 693] and Karafillis and Boyce [J. Mech. Phys. Solids 41 (1993) 1859]. The anisotropy is represented by 12 parameters in the form of two fourth order symmetric tensors. Four other parameters influence the shape of the yield surface uniformly. The role of each parameter is described in detail. The convexity of the yield surface is proved. The implementation of the proposed yield function is done in the 3D general case in an object-oriented finite element code. It is used to represent the anisotropy of a 2024 aluminum thin sheet and the adjustment is excellent. Other anisotropic materials from the literature are also well described by the proposed yield function.

Key words: anisotropic material, yield function, finite element calculation

Nomenclature

A modified Voigt notation is used for tensors; a second order symmetric tensor is represented by a six-component vector and shear components are multiplied by

* Corresponding author. Tel.: (33) 4 76 57 81 53, fax.: (33) 4 76 57 80 99
Email address: frederic.bron_ijp@m4x.org (F. Bron).

$\sqrt{2}$ so that $\underline{a}:\underline{b} = a_{ij}b_{ji} = a_ib_i$:

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{22} \\ a_{33} \\ \sqrt{2}a_{12} \\ \sqrt{2}a_{23} \\ \sqrt{2}a_{31} \end{pmatrix} \quad (1)$$

Fourth order symmetric tensors are consistent with this notation. The Einstein summation convention applies only to subscripts.

1 Introduction

Sheet metals are obtained by hot and cold rolling which creates plastic anisotropy. It is important to take it into account to perform precise calculations of forming processes (Barlat et al., 1997b; Lademo et al., 1999; Yoon et al., 2000) or failure mode (Wu et al., 2003). The plastic behavior is supposed to be well described by a yield surface that evolves during plastic deformation. The yield surface is assumed to expand isotropically (isotropic hardening) as a function of the plastic deformation. The normality rule is usually assumed which allows the determination of the plastic flow from the shape of the yield surface. The first anisotropic yield function was proposed by Hill (1948, 1950) as an extension of the Mises (1913) yield function for materials, such as rolled sheets, which exhibit orthotropic symmetry. Anisotropy is described by six parameters $h_{i=1-6}$ which are used to define an equivalent stress given by:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2}h_i\sigma'_i\sigma'_i} \quad ; \quad \underline{\sigma}' = \underline{\sigma} - \frac{1}{3}tr(\underline{\sigma})\underline{1} \quad (2)$$

This function has been widely used because it is quite suitable for steels and it is rather easy to implement. However, it has been found inaccurate for aluminum alloys and many authors tried to find a more appropriate function.

An extension of Mises (1913) was first proposed by Hershey (1954) from polycrystal calculations and then generalized by Hosford (1972). This isotropic yield function makes it possible to represent yield surfaces that lie between Mises (1913) and Tresca (1864). The equivalent stress is defined by:

$$\bar{\sigma} = \left[\frac{1}{2} (|S_2 - S_3|^a + |S_3 - S_1|^a + |S_1 - S_2|^a) \right]^{1/a} \quad (3)$$

where $S_{i=1-3}$ are the principal values of the stress deviator $\bar{\sigma}'$. The Mises (1913) yield function is obtained with $a = 2$ or 4 and the Tresca (1864) yield function with $a = 1$ or $+\infty$. Logan and Hosford (1980) and Hosford (1996) showed that the exponent a could be related to the crystallographic structure: it should be 6 or 8 for BCC or FCC polycrystals.

An important extension of this yield function to anisotropic materials was done by Barlat et al. (1991). It consists in using a modified stress deviator \tilde{s} defined as follows in lieu of the standard one $\bar{\sigma}'$:

$$\tilde{s} = \tilde{L} : \bar{\sigma} \quad (4a)$$

$$\tilde{L} = \begin{pmatrix} (c_2 + c_3)/3 & -c_3/3 & -c_2/3 & 0 & 0 & 0 \\ -c_3/3 & (c_3 + c_1)/3 & -c_1/3 & 0 & 0 & 0 \\ -c_2/3 & -c_1/3 & (c_1 + c_2)/3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_6 \end{pmatrix} \quad (4b)$$

The fourth order tensor \tilde{L} carries the anisotropy. As explained in Karafillis and Boyce (1993), \tilde{L} has the strong symmetry $L_{IJ} = L_{JI}$ (Voigt notations) and reduces to this six parameter form in the case of orthotropic symmetry.

Karafillis and Boyce (1993) introduced an extension of Barlat et al. (1991) yield function. The effective stress is defined by:

$$\bar{\sigma} = \left[\frac{(1-c)\psi^1 + c\psi^2}{2} \right]^{1/a} \quad (5a)$$

$$\psi^1 = |S_2 - S_3|^a + |S_3 - S_1|^a + |S_1 - S_2|^a \quad (5b)$$

$$\psi^2 = \frac{3^a}{2^{a-1} + 1} (|S_1|^a + |S_2|^a + |S_3|^a) \quad (5c)$$

where $S_{i=1-3}$ are the principal values of the modified deviator \tilde{s} defined in Eq. 4. This yield function reduces to Barlat et al. (1991) when $c = 0$. However, the new parameter c does not influence anisotropy.

Barlat et al. (1991) and Karafillis and Boyce (1993) formulations have both the same number of parameters to control anisotropy as Hill (1948, 1950) yield function. Thus, they have the same limitation for describing complex yield surfaces.

In order to add more parameters controlling the anisotropy, Barlat et al. (1997a) proposed a new extension of Barlat et al. (1991) yield function. The equivalent

stress is defined as:

$$\bar{\sigma} = \left[\frac{1}{2} (\alpha_k p_{k1}^2 |S_2 - S_3|^a + \alpha_k p_{k2}^2 |S_3 - S_1|^a + \alpha_k p_{k3}^2 |S_1 - S_2|^a) \right]^{1/a} \quad (6)$$

where $S_{i=1-3}$ are the principal values of the modified deviator defined by Eq. 4 and p_{ki} are the coordinates of the corresponding eigenvectors. The three new coefficients ($\alpha_{k=1-3}$) can modify the anisotropy and the authors report a significant improvement. However, the implementation of this yield function is tricky because one needs to calculate the eigenvectors and their first and second derivatives. Contrary to the eigenvalues, there is no unique expression of the eigenvectors and several cases must be computed. Besides, when two eigenvalues are identical, the associated eigenvectors remain undefined. In such cases, a literal expression of the first and second derivatives of the equivalent stress cannot be calculated. An approximation must be used that leads to a small discontinuity. However, according to the authors, in the 2D plane stress case, these difficulties disappear. Last, the convexity has not been proved. Finally Barlat et al. (1997b) tried to improve this yield function but Barlat et al. (2003) report numerical problems in the case of a general 3D stress case.

2 Proposed yield function

2.1 General presentation

The proposed yield function is defined by an equivalent stress:

$$\bar{\sigma} = \left(\sum_{k=1}^K \alpha^k (\bar{\sigma}^k)^a \right)^{1/a} \quad (7)$$

where the K functions $\bar{\sigma}^k$ are convex with respect to $\bar{\sigma}$, positive and homogeneous of degree 1 (i.e. they define a yield surface) and α^k are positive coefficients the sum of which is 1. Subsequently only two functions are used ($K = 2$) and they are defined by:

$$\bar{\sigma}^k = (\psi^k)^{1/b^k} \quad (8a)$$

$$\psi^1 = \frac{1}{2} \left(|S_2^1 - S_3^1|^{b^1} + |S_3^1 - S_1^1|^{b^1} + |S_1^1 - S_2^1|^{b^1} \right) \quad (8b)$$

$$\psi^2 = \frac{3^{b^2}}{2^{b^2} + 2} \left(|S_1^2|^{b^2} + |S_2^2|^{b^2} + |S_3^2|^{b^2} \right) \quad (8c)$$

where $S_{i=1-3}^k$ are the principal values of a modified stress deviator \tilde{s}^k defined as follows:

$$\tilde{s}^k = \tilde{L}^k : \tilde{\sigma} \quad (9a)$$

$$\tilde{L}^k = \begin{pmatrix} (c_2^k + c_3^k)/3 & -c_3^k/3 & -c_2^k/3 & 0 & 0 & 0 \\ -c_3^k/3 & (c_3^k + c_1^k)/3 & -c_1^k/3 & 0 & 0 & 0 \\ -c_2^k/3 & -c_1^k/3 & (c_1^k + c_2^k)/3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_4^k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_5^k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_6^k \end{pmatrix} \quad (9b)$$

It is an extension of the function given by Karafillis and Boyce (1993): in their expression ψ^1 and ψ^2 are associated with the same modified deviator \tilde{s} and $a = b^1 = b^2$. Therefore the proposed extension consists in associating each ψ^k with a specific modified deviator \tilde{s}^k and a specific exponent b^k different from a .

a , b^1 , b^2 and $\alpha = \alpha^1$ are four material parameters ($\alpha^2 = 1 - \alpha^1$) that influence the shape of the yield surface but not its anisotropy which is only controlled by $c_{i=1-6}^{k=1-2}$. Thereby, the yield function has 16 parameters. To ensure convexity and derivability the following conditions are required: $a \geq 1$ and $b^k \geq 2$. It is worth noting that the particular case where $\tilde{L}^1 = \tilde{L}^2$ and $a = b^1 = b^2$ corresponds to the yield function of Karafillis and Boyce (1993) and the case where $\alpha = 1$ corresponds to the yield function of Barlat et al. (1991). Finally, when $\alpha = 1$ and $c_i^1 = 1$, it amounts to Mises (1913) yield function if $b^1 = 2$ or 4 and to Tresca (1864) yield function if $b^1 = 1$ or $+\infty$. If $c_i^k = 1$, the resulting yield function is isotropic as it only depends on the eigenvalues of $\tilde{\sigma}$.

2.2 Convexity

The convexity of the yield surface (i.e. of $\bar{\sigma}$) must be assured as observed experimentally (Hill, 1956; Mandel, 1966). Let $g(u) = (\sum_{k=1}^K \alpha^k (u^k)^a)^{1/a} : \mathbb{R}_+^K \rightarrow \mathbb{R}_+$. This function is monotonously increasing with respect to each u^k over \mathbb{R}^+ :

$$\frac{\partial g}{\partial u^k} = \alpha^k g^{1-a} (u^k)^{a-1} \geq 0 \quad (10)$$

If $\forall k, u^k = 0$, $\frac{\partial g}{\partial u^k} = +\infty$ and relation 10 still holds.

Let $\lambda_\star \in [0, 1]$, $\lambda_\star = 1 - \lambda_\star$ and let (u_\star, u_\star) be two vectors of \mathbb{R}_+^K . Note that $(\sum_{k=1}^K |u^k|^a)^{1/a}$ is a norm of \mathbb{R}^K if $a \geq 1$. This implies that g is convex:

$$\begin{aligned}
& g(\lambda_\star u_\star + \lambda_\star u_\star) \\
&= \left(\sum_{k=1}^K \alpha^k \left(\lambda_\star u_\star^k + \lambda_\star u_\star^k \right)^a \right)^{1/a} \\
&= \left(\sum_{k=1}^K \left| (\alpha^k)^{1/a} \lambda_\star u_\star^k + (\alpha^k)^{1/a} \lambda_\star u_\star^k \right|^a \right)^{1/a} \\
&\Downarrow \text{triangular inequality for the norm } \left(\sum_{k=1}^K |u^k|^a \right)^{1/a} \\
&\leq \left(\sum_{k=1}^K \left| (\alpha^k)^{1/a} \lambda_\star u_\star^k \right|^a \right)^{1/a} + \left(\sum_{k=1}^K \left| (\alpha^k)^{1/a} \lambda_\star u_\star^k \right|^a \right)^{1/a} \\
&= \lambda_\star \left(\sum_{k=1}^K \alpha^k (u_\star^k)^a \right)^{1/a} + \lambda_\star \left(\sum_{k=1}^K \alpha^k (u_\star^k)^a \right)^{1/a} \\
&= \lambda_\star g(u_\star) + \lambda_\star g(u_\star)
\end{aligned}$$

The convexity of $\bar{\sigma}$ follows: let $\lambda_\star \in [0, 1]$, $\lambda_\star = 1 - \lambda_\star$ and let $(\sigma_\star, \sigma_\star)$ be two stress tensors.

$$\begin{aligned}
& \bar{\sigma}(\lambda_\star \sigma_\star + \lambda_\star \sigma_\star) \\
&= \left(\sum_{k=1}^K \alpha^k \left[\bar{\sigma}^k(\lambda_\star \sigma_\star + \lambda_\star \sigma_\star) \right]^a \right)^{1/a} \\
&\Downarrow \forall k \begin{cases} \bar{\sigma}^k \text{ convex} \Rightarrow \bar{\sigma}^k(\lambda_\star \sigma_\star + \lambda_\star \sigma_\star) \leq \lambda_\star \bar{\sigma}^k(\sigma_\star) + \lambda_\star \bar{\sigma}^k(\sigma_\star) \\ g \text{ monotonously increasing with respect to } u^k \end{cases} \\
&\leq \left(\sum_{k=1}^K \alpha^k \left[\lambda_\star \bar{\sigma}^k(\sigma_\star) + \lambda_\star \bar{\sigma}^k(\sigma_\star) \right]^a \right)^{1/a} \\
&\Downarrow g \text{ convex} \\
&\leq \lambda_\star \left(\sum_{k=1}^K \alpha^k \left[\bar{\sigma}^k(\sigma_\star) \right]^a \right)^{1/a} + \lambda_\star \left(\sum_{k=1}^K \alpha^k \left[\bar{\sigma}^k(\sigma_\star) \right]^a \right)^{1/a} \\
&= \lambda_\star \bar{\sigma}(\sigma_\star) + \lambda_\star \bar{\sigma}(\sigma_\star)
\end{aligned}$$

In the particular case of this article, $K = 2$ and $\bar{\sigma}^k$ are defined by Eq. 8. These functions are the yield function of Karafillis and Boyce (1993) for $c = 1$ and $c = 0$ so they are convex and obviously homogeneous of degree 1. Thus $\bar{\sigma}$ is convex and homogeneous of degree 1.

2.3 Plastic multiplier and effective strain

The yield surface is defined by:

$$\bar{\sigma} - R(p) = 0 \quad (11)$$

where p is the equivalent plastic strain and R the flow stress. With the normality hypothesis, the direction of the plastic strain rate $\dot{\tilde{\epsilon}}^p$ is perpendicular to the yield surface and is given by:

$$\dot{\tilde{\epsilon}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \tilde{\sigma}} \quad (12)$$

where $\dot{\lambda}$ is the plastic multiplier.

The effective strain rate \dot{p} is defined by writing the equivalence of the microscopic and the macroscopic plastic dissipations:

$$\bar{\sigma} \dot{p} = \tilde{\sigma} : \dot{\tilde{\epsilon}}^p = \dot{\lambda} \tilde{\sigma} : \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \tilde{\sigma}} \quad (13)$$

The formulation of the equivalent stress (Eq. 7) entails that $\bar{\sigma}(\tilde{\sigma})$ is a homogeneous function of degree 1. As it is differentiable (see section 2.5), Euler's theorem about homogeneous functions applies:

$$\bar{\sigma} = \tilde{\sigma} : \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \tilde{\sigma}} \quad (14)$$

which gives directly $\dot{\lambda} = \dot{p}$.

2.4 Role of the parameters

In this section, the role of each parameter is investigated. α is a weighting factor between ψ^1 and ψ^2 . In a first analysis, the effect of the other parameters is studied for $\alpha = 1$ (ψ^1) and $\alpha = 0$ (ψ^2). In such case, a has no effect. The role of b^k is shown in Fig. 1. For $\alpha = 1$, the yield surface can be adjusted between Mises (1913) ($b^1 = 2$ or 4) and Tresca (1864) ($b^1 = 1$ or $+\infty$) yield surfaces. For $\alpha = 0$ the effect is the same but the general shape is different: corners are in place of flats and vice versa. The c_i^k parameters allow to distort the isotropic yield surface ($c_i^k = 1$). Each parameter modifies a given part of the yield surface as shown by the arrows in Fig. 2. No restriction applies to the c_i^k coefficients; in particular they can be negative.

The role of α is presented in Fig. 3. This parameter mixes the yield surface corresponding to $\alpha = 1$ with that corresponding to $\alpha = 0$. Finally, the role of a is

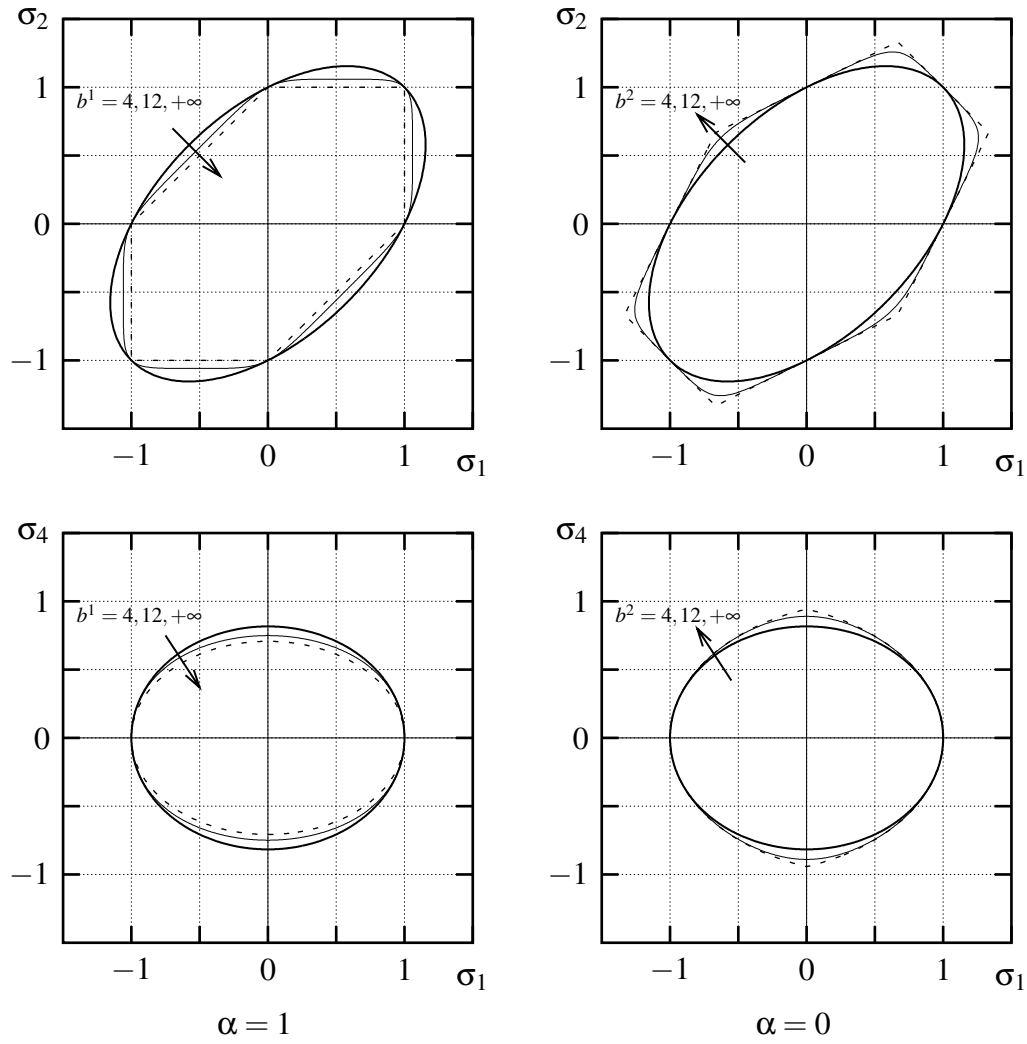


Fig. 1. Influence of b^k on the yield surface ($\bar{\sigma} - 1 = 0$). $\alpha = 1$ or 0 and $c_i^k = 1$. The thick lines correspond to $b^k = 2$ or 4 , the thin lines to $b^k = 12$ and the dashed lines to $b^k = 1$ or $+\infty$.

illustrated in Fig. 4 for $\alpha = 0.5$. When $\alpha = 0$ or $\alpha = 1$, a has no influence. On the contrary when $0 < \alpha < 1$, $\bar{\sigma}$ is the weighted mean $\alpha\bar{\sigma}^1 + (1 - \alpha)\bar{\sigma}^2$ if $a = 1$ and tends towards the maximum of the two when a tends towards $+\infty$. When $c_i^k = 1$, $\bar{\sigma}^1$ is always larger than $\bar{\sigma}^2$ so a high exponent reinforces the effect of $\bar{\sigma}^1$ in the same way as an increase in α . But with other values of c_i^k , $\bar{\sigma}^2$ may be bigger than $\bar{\sigma}^1$ in some parts of the stress space and so the effect can be reversed whereas the effect of α is the same over the whole stress space.

In fact, among the 13 coefficients (α, c_i^k) , only 12 are independant because the effect of changing α in α' can be offset by new values of the c_i^k coefficients calculated as follows (provided that $\alpha' \neq 0$ or 1):

$$\forall \underline{\sigma}, \bar{\sigma}_\alpha(\underline{\sigma}) = \bar{\sigma}_{\alpha'}(\underline{\sigma}) \text{ if } c_i^{1'} = c_i^1 \left(\frac{\alpha}{\alpha'} \right)^{1/a} \text{ and } c_i^{2'} = c_i^2 \left(\frac{1 - \alpha}{1 - \alpha'} \right)^{1/a} \quad (15)$$

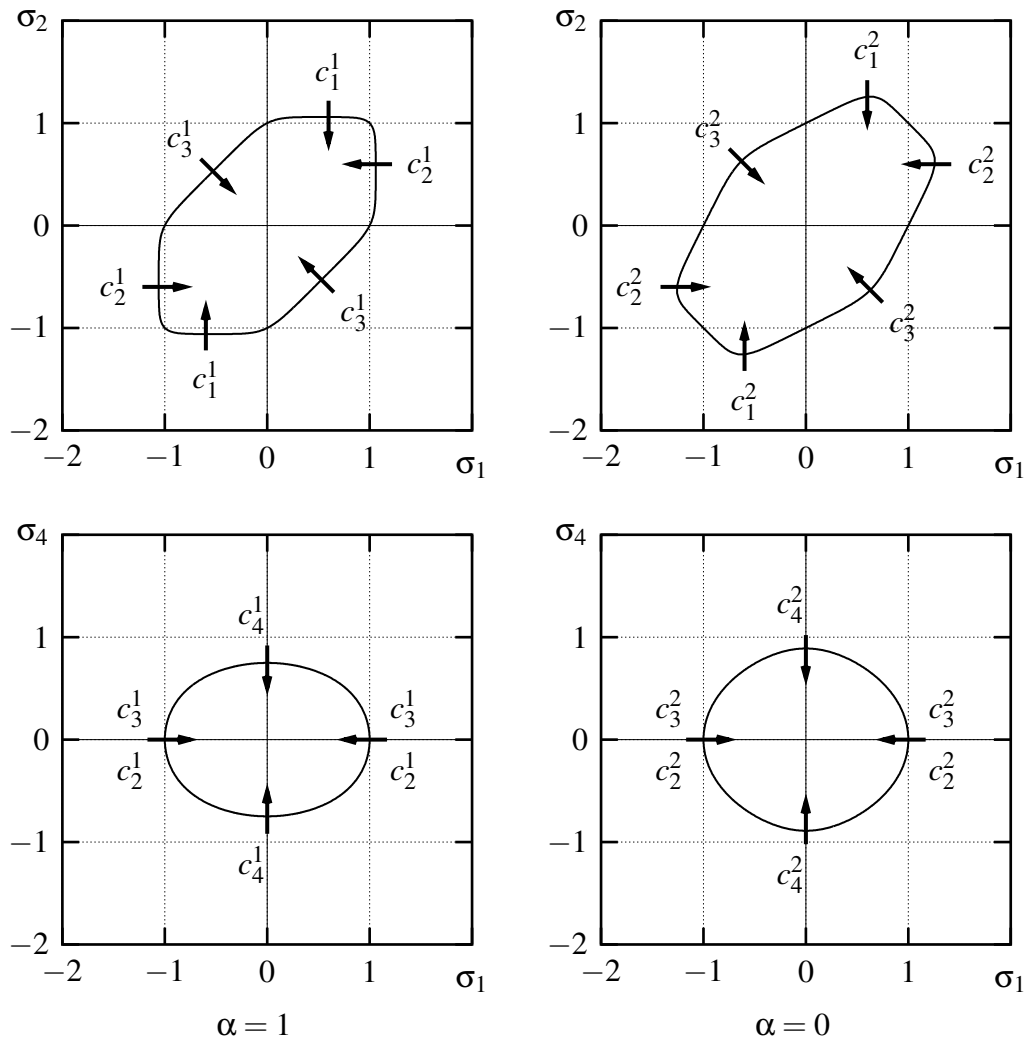


Fig. 2. Influence of c_i^k on the yield surface ($\bar{\sigma} - 1 = 0$). $\alpha = 1$ or 0 and $b^k = 12$. The arrows indicate the surface shift direction when the corresponding coefficient c_i^k increases.

Another coefficient is redundant because the same plastic behavior is kept if the hardening law is multiplied by a non negative scalar and if all the c_i^k coefficients are divided by the same scalar (this remark also apply to Barlat et al. (1991) and Karafillis and Boyce (1993) yield functions). Then the proposed yield function has only 14 independent parameters.

2.5 Implementation

The implementation of the yield function has been done in the 3D general case in the object-oriented finite element code Zébulon (Besson and Foerch, 1997; Foerch et al., 1997). Finite strains are treated by using corotational reference frames (Ladevèze, 1980). A fully implicit integration scheme is used to integrate the

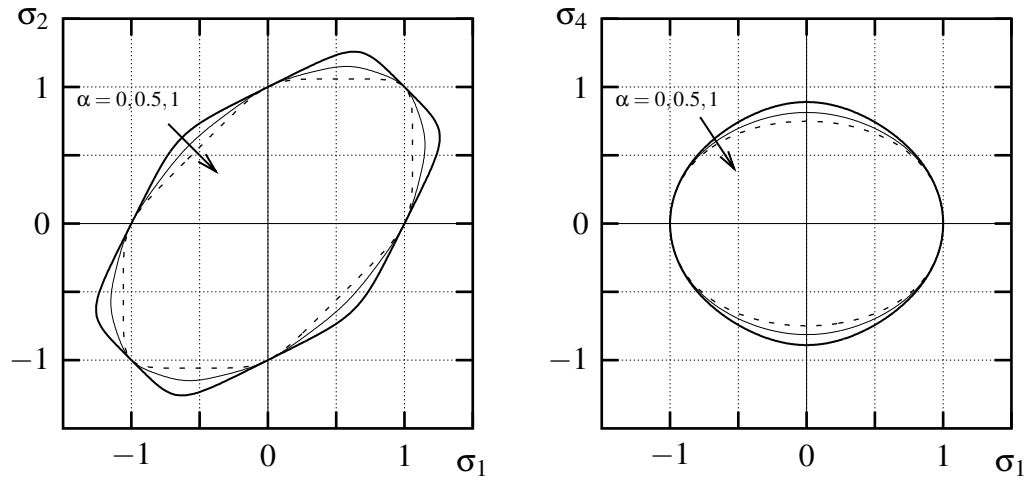


Fig. 3. Influence of α on the yield surface ($\bar{\sigma} - 1 = 0$). $b^k = 12$, $a = 1$ and $c_i^k = 1$. The thick lines correspond to $\alpha = 0$, the thin lines to $\alpha = 0.5$ and the dashed lines to $\alpha = 1$.

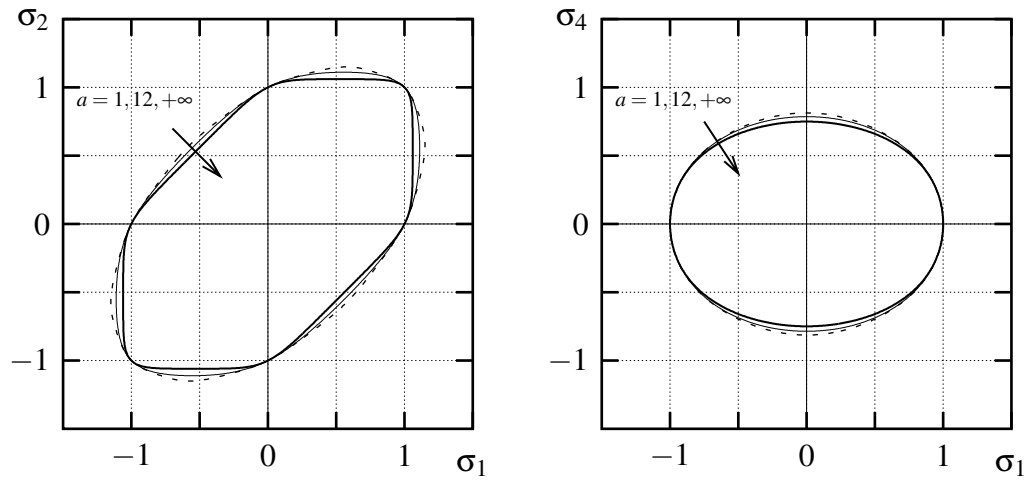


Fig. 4. Influence of a on the yield surface ($\bar{\sigma} - 1 = 0$). $b^k = 12$, $\alpha = 0.5$ and $c_i^k = 1$. The thick lines correspond to $a = +\infty$, the thin lines to $a = 12$ and the dashed lines to $a = 1$.

material constitutive equations (Simo and Taylor, 1985). This scheme requires the evaluation of the second derivatives of the yield function.

The equivalent stress and its derivatives are obtained from the calculation of the ψ^k and their derivatives with respect to \tilde{s}^k by applying the following relations:

$$\bar{\sigma} = \left(\sum_{k=1}^K \alpha^k (\psi^k)^{a/b^k} \right)^{1/a} \quad (16)$$

$$\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \tilde{\sigma}} = \frac{1}{\bar{\sigma}^{a-1}} \sum_{k=1}^K \frac{\alpha^k}{b^k} (\psi^k)^{\frac{a}{b^k}-1} \frac{\partial \psi^k}{\partial \tilde{s}^k} : \tilde{L}^k \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{\sigma}}{\partial \tilde{\sigma}^2} &= \frac{1-a}{\bar{\sigma}} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \tilde{\sigma}} \otimes \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \tilde{\sigma}} \\ &+ \sum_{k=1}^K \frac{\alpha^k}{b^k \bar{\sigma}^{a-1}} \left(\frac{a}{b^k} - 1 \right) (\psi^k)^{\frac{a}{b^k}-2} \left(\frac{\partial \psi^k}{\partial \tilde{s}^k} : \tilde{L}^k \right) \otimes \left(\frac{\partial \psi^k}{\partial \tilde{s}^k} : \tilde{L}^k \right) \\ &+ \sum_{k=1}^K \frac{\alpha^k}{b^k \bar{\sigma}^{a-1}} (\psi^k)^{\frac{a}{b^k}-1} \tilde{L}^k : \frac{\partial^2 \psi^k}{\partial (\tilde{s}^k)^2} : \tilde{L}^k \end{aligned} \quad (18)$$

As \tilde{L}^k is such that $\forall \tilde{a}, \text{tr}(\tilde{L}^k : \tilde{a}) = 0$, Eq. 17 implies $\text{tr} \dot{\tilde{\epsilon}}^p = 0$ which is indeed consistent with the fact that the plastic deformation does not introduce any dilatation.

In the particular case of this article, $K = 2$ and $\bar{\sigma}$ is defined by Eq. 8. ψ^1 and ψ^2 and their derivatives are obtained as explained below. The calculation of the eigenvalues of \tilde{s}^k is carried out by using Barlat et al. (1997b):

$$S_1^k = 2\sqrt{x^k} \cos\left(\frac{\arccos y^k}{3}\right) \quad (19a)$$

$$S_2^k = 2\sqrt{x^k} \cos\left(\frac{\arccos y^k - 2\pi}{3}\right) \quad (19b)$$

$$S_3^k = 2\sqrt{x^k} \cos\left(\frac{\arccos y^k + 2\pi}{3}\right) \quad (19c)$$

where x^k and y^k are defined by:

$$x^k = s_i^k s_i^k / 6 \quad (20)$$

$$y^k = \frac{s_1^k s_2^k s_3^k + s_4^k s_5^k s_6^k / \sqrt{2} - (s_1^k s_5^k + s_2^k s_6^k + s_3^k s_4^k) / 2}{2(s_i^k s_i^k / 6)^{3/2}} \quad (21)$$

Provided that $\tilde{s}^k \neq 0$, the eigenvalues verify the following relations:

$$S_1^k \geq S_2^k \geq S_3^k \quad ; \quad S_1^k > 0 > S_3^k \quad (22)$$

In order to help implementation, ψ^k can be rewritten as:

$$\psi^k = K^k f^k \phi^k \quad (23)$$

with

$$K^1 = \left(2\sqrt{3}\right)^{b^1} / 2 \quad ; \quad K^2 = 6^{b^2} / \left(2^{b^2} + 2\right) \quad (24a)$$

$$f^k = \left(\sqrt{x^k}\right)^{b^k} \quad (24b)$$

$$\varphi^1 = \sin^{b^1} \left(\frac{\arccos y^1}{3}\right) + \sin^{b^1} \left(\frac{\pi + \arccos y^1}{3}\right) + \sin^{b^1} \left(\frac{\pi - \arccos y^1}{3}\right) \quad (24c)$$

$$\varphi^2 = \cos^{b^2} \left(\frac{\arccos y^2}{3}\right) + \left|\cos \left(\frac{\arccos y^2 - 2\pi}{3}\right)\right|^{b^2} + \cos^{b^2} \left(\frac{\pi - \arccos y^2}{3}\right) \quad (24d)$$

The calculation of the derivatives of ψ^k is done step by step, first with respect to intermediate variables and then with respect to \tilde{s}^k , by applying the chain rule. For example:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f^k}{\partial s_i^k} &= \frac{df^k}{dx^k} \frac{\partial x^k}{\partial s_i^k} \\ \frac{\partial^2 f^k}{\partial s_i^k \partial s_j^k} &= \frac{df^k}{dx^k} \frac{\partial^2 x^k}{\partial s_i^k \partial s_j^k} + \frac{d^2 f^k}{d(x^k)^2} \frac{\partial x^k}{\partial s_i^k} \frac{\partial x^k}{\partial s_j^k} \end{aligned} \quad (25)$$

The computational procedure is as follows:

$$\begin{array}{ll} 1.) \ x^k, \frac{\partial x^k}{\partial \tilde{s}^k}, \frac{\partial^2 x^k}{\partial \tilde{s}^{k2}} \text{ and } y^k, \frac{\partial y^k}{\partial \tilde{s}^k}, \frac{\partial^2 y^k}{\partial \tilde{s}^{k2}} & \\ 2.) \ f^k, \frac{df^k}{dx^k}, \frac{d^2 f^k}{dx^{k2}} & \xrightarrow{\text{chain rule}} \frac{\partial f^k}{\partial \tilde{s}^k}, \frac{\partial^2 f^k}{\partial \tilde{s}^{k2}} \\ 3.) \ \varphi^k, \frac{d\varphi^k}{dy^k}, \frac{d^2 \varphi^k}{dy^{k2}} & \xrightarrow{\text{chain rule}} \frac{\partial \varphi^k}{\partial \tilde{s}^k}, \frac{\partial^2 \varphi^k}{\partial \tilde{s}^{k2}} \\ 4.) \ \psi^k, \frac{\partial \psi^k}{\partial f^k}, \frac{\partial \psi^k}{\partial \varphi^k}, \frac{\partial^2 \psi^k}{\partial (f^k)^2}, \frac{\partial^2 \psi^k}{\partial f^k \partial \varphi^k}, \frac{\partial^2 \psi^k}{\partial (\varphi^k)^2} & \xrightarrow{\text{chain rule}} \frac{\partial \psi^k}{\partial \tilde{s}^k}, \frac{\partial^2 \psi^k}{\partial \tilde{s}^{k2}} \end{array}$$

Those calculations are long and sources of potential errors. To avoid this, the Maple software (Char et al., 1991; Monagan et al., 2001) is used to calculate x^k , y^k , f^k , φ^k , ψ^k and their first and second derivatives. Then a corresponding optimized C code is automatically generated by Maple (codegen package) and included in the C++ code.

One must emphasize some difficulty in the calculation of φ^k and its derivatives because the derivatives of $\arccos y^k$ are singular when $y^k = \pm 1$:

$$\frac{d}{dy^k} (\arccos y^k) = \frac{-1}{\sqrt{1 - y^{k2}}} \quad ; \quad \frac{d^2}{dy^{k2}} (\arccos y^k) = \frac{-y^k}{(1 - y^{k2})^{3/2}} \quad (26)$$

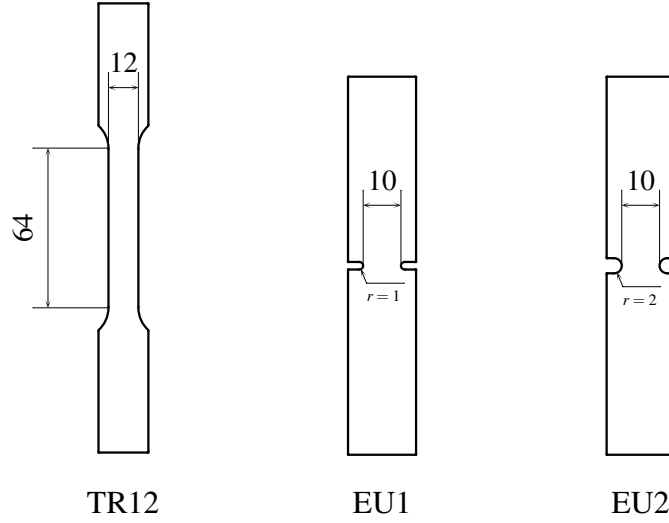


Fig. 5. Specimens for mechanical tests (all dimensions in mm) – For TR12 specimen, longitudinal and transverse deformations are measured. For EU1 and EU2, left and right opening displacements are measured; the mean value is used.

However, existing finite limits can be calculated. They are used in lieu of the standard expression when $|y^k| > 1 - 10^{-6}$. The limits have been computed with the Maple software:

$$\lim_{y^1 \rightarrow \pm 1} \frac{d\varphi^1}{dy^1} = -2b^1 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^{b^1} \frac{b^1 - 4}{27} \quad (27a)$$

$$\lim_{y^1 \rightarrow \pm 1} \frac{d^2\varphi^1}{d(y^1)^2} = 2b^1 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^{b^1} \frac{(b^1)^3 - 24(b^1)^2 + 107b^1 - 156}{2187} \quad (27b)$$

$$\lim_{y^2 \rightarrow \pm 1} \frac{d\varphi^2}{dy^2} = -\frac{b^2}{2b^2} \frac{6b^2 - 2b^2 - 8}{9} \quad (27c)$$

$$\lim_{y^2 \rightarrow \pm 1} \frac{d^2\varphi^2}{d(y^2)^2} = \frac{b^2}{2b^2} \frac{18(b^2)^3 - 144(b^2)^2 + 3(2b^2 + 114)b^2 - 11 \cdot 2b^2 - 232}{243} \quad (27d)$$

Provided that $\tilde{s}^k \neq \tilde{0}$, no other difficulty arises and $\tilde{\sigma}$ is C^2 .

3 Application to the 202415tn alloy

The proposed yield function has been used to represent the plastic anisotropy of the 202415tn thin sheet that was not well described by the yield functions of Hill (1948), Barlat et al. (1991) and Karafillis and Boyce (1993). Mechanical tests were carried out on flat specimens including smooth tensile samples and U-notched samples with 2 different notch radii (Fig. 5).

Both longitudinal and transverse deformations are measured on TR12 specimens. U-notched specimens are used to have access to the behavior under various stress/strain states. They play a similar role as biaxial tests done by Barlat et al. (1997b) and omitting them in the optimization process often leads to a bad identification. The tests are performed in three directions in the sheet plane: 0° in the rolling direction (L), 90° in the long transverse direction (T) and 45° in the diagonal direction (D).

3.1 Identification strategy

In this application, a simplified yield function has been found accurate enough to represent the behavior of the material. The parameters a , b^1 and b^2 were kept equal. Nevertheless, it is not reasonable to identify all the parameters at the same time. Firstly the assumed isotropic elastic properties (Young's modulus E and Poisson's ratio ν) are quickly determined from the elastic part of smooth tensile tests TR12. Secondly the plastic hardening and the yield function isotropic parameters a and α are determined by using an isotropic material with a specific yield strength for each direction. Thirdly a mean value of the yield strength is adopted and the plastic anisotropy is searched (c_i^k).

To determine material parameters, an iterative method is applied. Simplex (Lawrence et al., 1994) and SQP (Gürdal and Haftka, 1992) minimization algorithms are used: a set of initial parameters is chosen and simulations of the mechanical tests are done with these parameters. The difference between the simulations and the measurements is evaluated and a new set of parameters is calculated. The optimization stops when the difference is minimum. For the simulations of notched samples, 2D meshes are used (Fig. 7).

The difference between an experimental curve $Y_e^n(X)$ and a simulated curve $Y_s^n(X)$ is defined by (with n indexing each individual test):

$$\delta^n = \frac{1}{2(X_2^n - X_1^n)} \int_{X_1^n}^{X_2^n} (Y_e^n(X) - Y_s^n(X))^2 dX \quad (28)$$

where the abscissa range $[X_1^n, X_2^n]$ depends on the curves that are compared. For smooth tensile specimens, the whole homogeneous plastic range is considered. As notched specimens are likely to develop damage at the notch root due to high stresses and strains, only half of the experimental opening displacement range is considered.

The global error is given by:

$$\Delta = \sum_n \omega^n \delta^n \quad (29)$$

Table 1

First step of identification. Optimized values for plastic hardening obtained with $R_0^L = 311$, $R_0^D = 299$ and $R_0^T = 305$ MPa.

K_0	K_1	k_1	K_2	k_2
1.49	0.0534	592	0.437	16.3

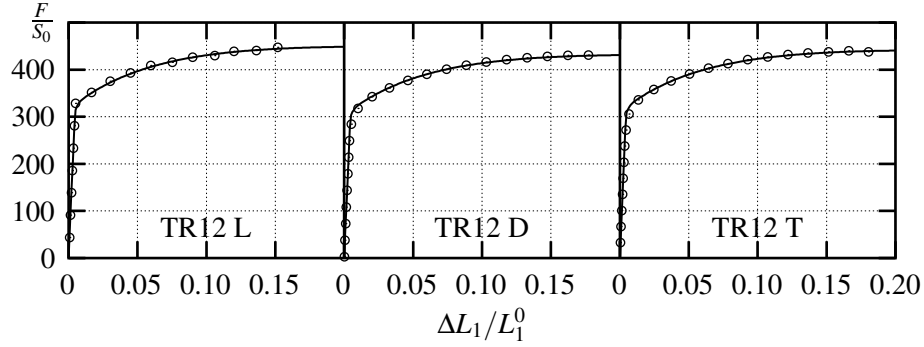


Fig. 6. First step of identification (plastic hardening). Experiments (symbols) and simulations (lines) with an optimized plastic hardening and specific yield strength for each direction (von Mises). F stands for the load and S_0 for the initial cross section. The unit of F/S_0 is MPa. $\Delta L_1/L_1^0$ is the longitudinal engineer deformation (in the loading direction L, D or T). Coefficients for the plastic hardening are given in Table 1.

where ω^n are normalizing factors. Thus, the optimizer can take into account the whole experimental database in the same optimization process. The curves that are optimized are: load and transverse deformations versus longitudinal deformation for TR12 and load versus opening displacement for notched specimens.

The optimized elastic properties are $E = 69$ GPa and $\nu = 0.36$ and the optimization of other parameters is discussed in the next sections.

3.2 Determination of the plastic hardening

This part of the optimization aims at adjusting the plastic hardening $R(p)$. The finite element calculations are done with an isotropic von Mises material with a specific yield strength $R_0^{L,D,T}$ for each direction. The identification is carried out on TR12 tests only. $R(p)$ is supposed to be of the following form:

$$R(p) = R_0 \left[1 + K_0 p + K_1 \left(1 - e^{-k_1 p} \right) + K_2 \left(1 - e^{-k_2 p} \right) \right] \quad (30)$$

This optimization step provides the values for K_0 , K_1 , k_1 , K_2 and k_2 (Table 1). Fig. 6 presents the experiments and the simulations with the optimized parameters.

Table 2

Second step of identification. Optimized values for the yield function isotropic parameters

	a	α
	18.2	0.734

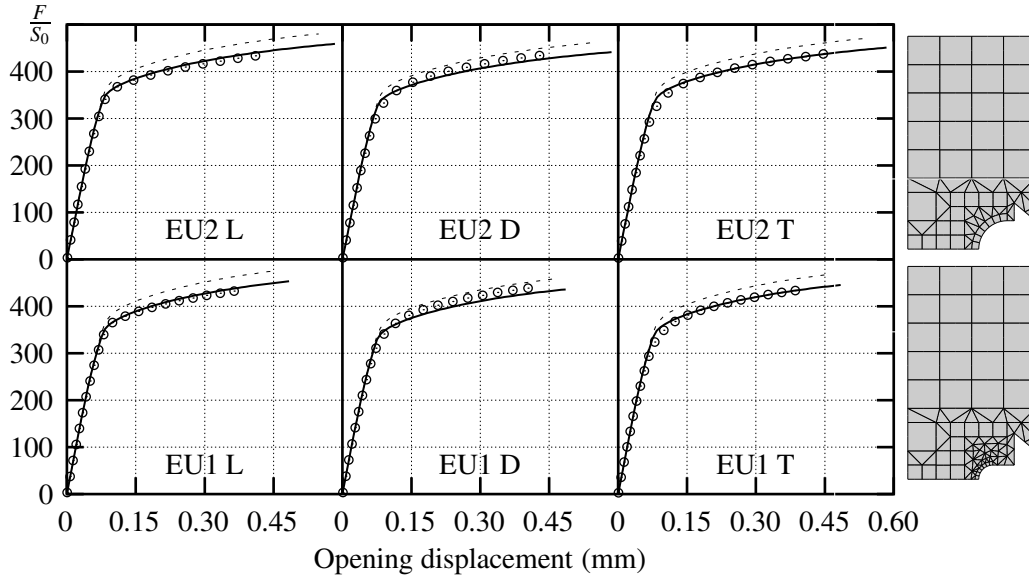


Fig. 7. Second step of identification (yield function isotropic parameters). Experiments (symbols), von Mises simulations (dashed lines) and simulations with the proposed yield function optimized with respect to a and α with a specific yield strength for each direction (solid lines). F stands for the load and S_0 for the initial cross section. The unit of F/S_0 is MPa. Yield function isotropic coefficients are given in Table 2.

3.3 Determination of the yield function isotropic parameters

The next step is the optimization of the yield function isotropic parameters $a = b^1 = b^2$ and α . The previous optimized plastic hardening parameters and the specific yield strength for each direction are kept. Instead of the von Mises yield function, the proposed one is used with isotropic parameters: $c_i^k = 1$. In the isotropic case, the yield function has been defined to be equal to the uniaxial stress in a smooth tensile test. Besides, because of isotropy and plastic volume conservation, the plastic strain rate $\dot{\epsilon}^p$ is independent of a and α . Thus only the notched tests are affected by a modification of a and α . The optimization is done with respect to those tests. With $a = 2$ and $\alpha = 1$, which corresponds to the von Mises yield function, the load of notched tests simulations is overestimated of about 5 % in all directions. This difference strongly decreases after the identification of a and α . However at this step of the identification, the Lankford coefficients are still equal to one which explains why the model underestimates (resp. overestimates) the load for the D (resp. L) direction (Fig. 7). Optimized material parameters are given in Table 2.

Table 3

Final step of identification. Optimized values for the yield function anisotropic parameters. $c_{i \geq 5}^k$ are irrelevant.

c_1^1	c_2^1	c_3^1	c_4^1	c_1^2	c_2^2	c_3^2	c_4^2
1.011	1.023	0.941	0.950	0.797	0.646	1.276	1.188

Table 4

Parameters for the 202415tn material obtained from the optimization. E is in GPa and R_0 is in MPa; $c_{i \geq 5}^k$ are irrelevant.

E	ν	R_0	K_0	K_1	k_1	K_2	k_2
69	0.36	305	1.49	0.0534	592	0.437	16.3

a	α	c_1^1	c_2^1	c_3^1	c_4^1	c_1^2	c_2^2	c_3^2	c_4^2
18.2	0.734	1.011	1.023	0.941	0.950	0.797	0.646	1.276	1.188

3.4 Determination of the plastic anisotropy

Finally, it is possible to optimize the anisotropic parameters c_i^k . All the parameters obtained in the previous steps are kept fixed but the same yield strength is used for all directions. The mean value between the three directions is chosen arbitrarily: $R_0 = 305$ MPa. The optimization is done with respect to all the tests. Note that the optimization with respect to the transverse deformation in the traction tests is equivalent to adjusting the Lankford coefficients. As the yield function is optimized for a thin sheet, $c_{i \geq 5}^k$ cannot be adjusted (in a 3D calculation, they are taken equal to 1). The results are presented in Table 3 and Fig. 8 shows the comparison with mechanical tests and with von Mises simulations.

3.5 Shape of the yield surface

The whole set of parameters obtained from the optimization is given in Table 4. The shape of the yield surface can be represented in some particular planes (σ_i, σ_j) and compared to that of von Mises with the mean yield strength (Fig. 9). One notices that the material is rather isotropic in the plane of the sheet. Only the thickness direction differs radically from the other two directions.

3.6 Application: effect of the anisotropy on the stress state at a notch root

Taking into account the anisotropy is of some importance to perform precise calculations. For example, a high stress triaxiality ratio (defined as $\sigma_{ii}/3\bar{\sigma}$) develops

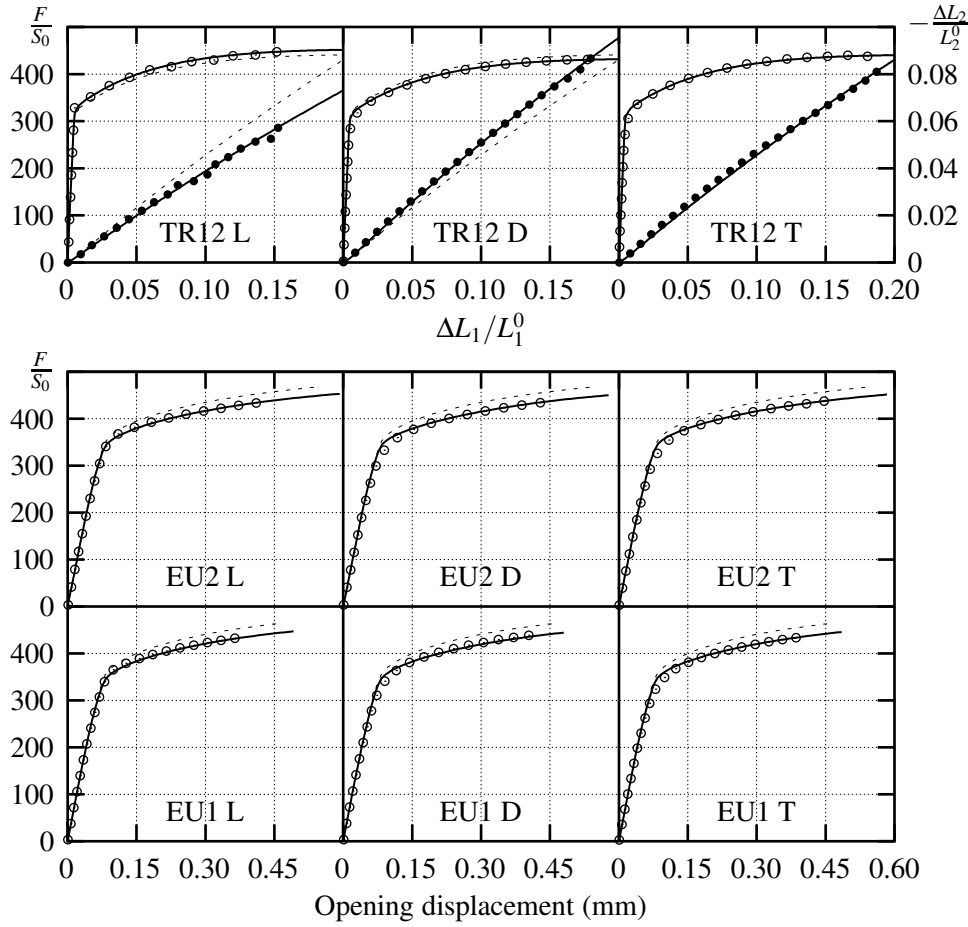


Fig. 8. Final step of identification (plastic anisotropy). Experiments (symbols), von Mises simulations (dashed lines) and simulations with the optimized proposed yield function (solid lines). F stands for the load and S_0 for the initial cross section. The unit of F/S_0 is MPa (left scale, empty circles). $\Delta L_1/L_1^0$ is the longitudinal deformation (loading direction) and $\Delta L_2/L_2^0$ is the transverse deformation (90 degrees from the loading direction, right scale, black dots). Coefficients for the proposed yield function are given in Table 3.

ahead of the notch root in the middle plane of the EU1 specimen (Fig. 5). In this case, the stress gradient in the thickness direction is severe and only a 3D anisotropic model can account for it. 3D isotropic and anisotropic calculations are performed. Both use the same hardening law described by Eq. 30 and Table 1. For the isotropic calculation (Mises), the yield strength corresponding to the rolling direction is chosen and for the anisotropic calculation the loading is applied in the same direction. Fig. 10 presents the effect of the anisotropy: the macroscopic load is lower and the thickness reduction at the notch root is higher. The maximum of the stress triaxiality ratio is computed in a post calculation and found higher in the anisotropic case (solid line) than in the isotropic case (dashed line).

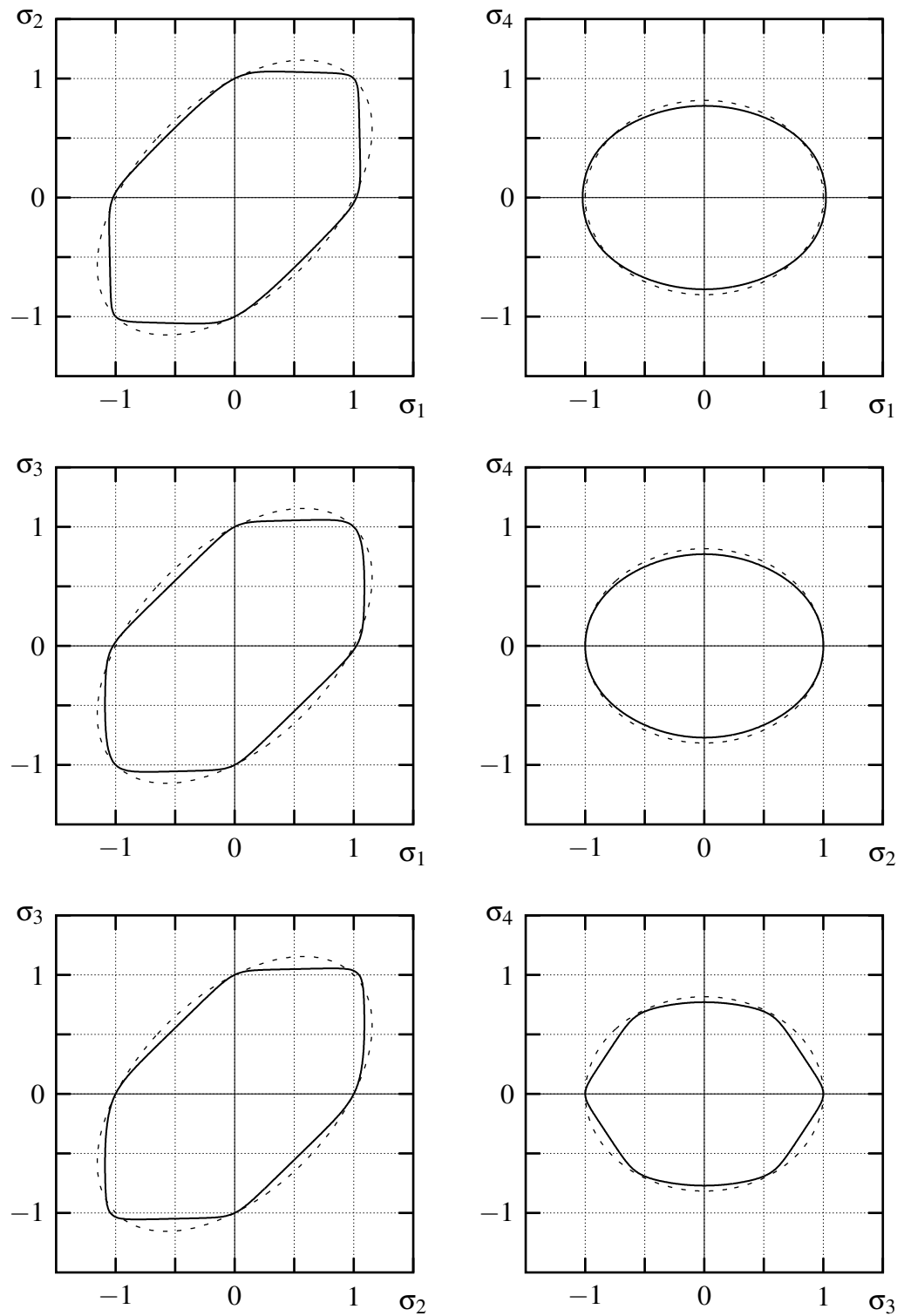


Fig. 9. Normalized yield surface ($\bar{\sigma} - 1 = 0$) for 202415tn material (solid) compared to that of von Mises (dashed).

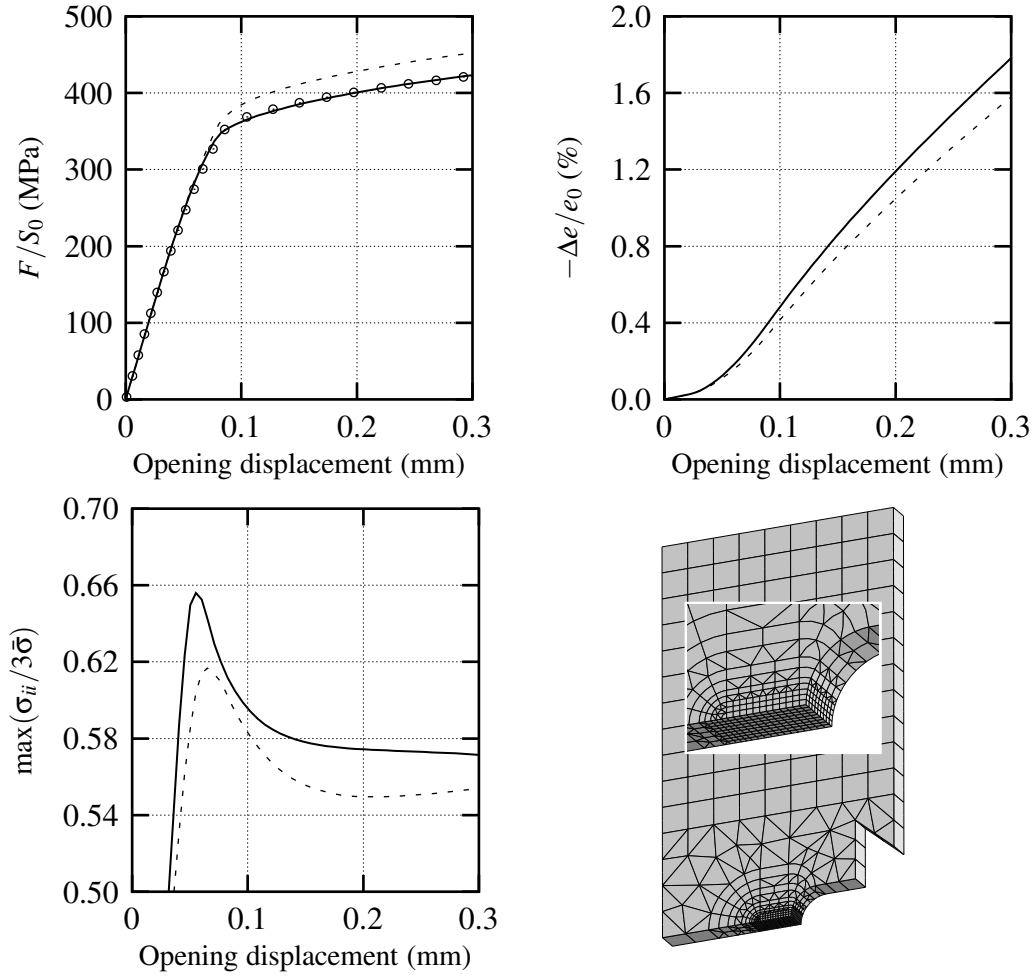


Fig. 10. Effect of the anisotropy with a notched specimen. 3D anisotropic (solid lines) and isotropic (dashed lines) calculations. F stands for the load and S_0 for the initial cross section. Δe is the variation of the thickness at the notch root and e_0 is the initial thickness. The mesh size near the notch root is $80 \mu\text{m}$ in the loading direction, $100 \mu\text{m}$ in the transverse direction and $97 \mu\text{m}$ in the thickness direction.

4 Application to other materials

It is interesting to test the application of the proposed yield function to various types of plastic anisotropy. Materials from the literature which anisotropy has been studied and tentatively represented by already published yield functions are chosen as examples.

In all following cases, the optimization of the proposed yield function parameters is carried out with the Simplex method by minimizing a cost function defined as follows:

$$C = \sum_{i=1}^{N_{data}} \left(\frac{v_{sim}^i}{v_{exp}^i} - 1 \right)^2 \quad (31)$$

Table 5

Yield function parameters for BLA and BHE materials. $c_{i \geq 4}^k$ are irrelevant.

material	a	α	b^1 b^2	c_1^1 c_1^2	c_2^1 c_2^2	c_3^1 c_3^2
BLA	9.43	0.577	9.43	1.037	1.128	0.951
			9.43	0.987	0.003	0.971
BHE	6.29	0.297	6.29	0.956	1.479	0.890
			6.29	1.620	-0.278	0.272

where N_{data} is the number of experimental data, v_{exp}^i are the experimental values (yield stress, r -value or $\bar{\sigma}$) and v_{sim}^i the corresponding simulated values. The normalization guarantees that the input data can be of different natures.

4.1 Binary Al-Mg sheet samples

Binary aluminum-magnesium alloy sheet samples with nominal 2.5 % Mg content were processed with different cold rolling reductions by Barlat et al. (1997a). Material “BLA” underwent low cold reduction (17 %) whereas material “BHE” underwent high cold reduction (80 %). The yield surfaces were computed using crystallographic texture data and the polycrystal model described by Taylor (1938) and Bishop and Hill (1951a,b) (TBH). The yield surfaces were also measured using biaxial compression tests on cubic specimens made from laminated sheet samples.

The input data for the optimization are the normalized yield function values ($\bar{\sigma} = 1$) in the (σ_1, σ_2) plane and the r -value at 0 and 90°. The proposed yield function captures the experimental and TBH yield surface shapes as well as Barlat et al. (1997a) yield function (Fig. 11). However, with the proposed yield function, it is also possible to exactly adjust the experimental r -values (width to thickness plastic strain ratios in uniaxial tension) which are equal to: $r_0 = 0.52, r_{90} = 0.80$ for BLA material and $r_0 = 0.26, r_{90} = 0.27$ for BHE material. The yield function parameters are given in Table 5. Note that for both materials, the simplification $a = b^1 = b^2$ was used.

4.2 6022-T4 sheets

A 6022-T4 sheet sample was characterized by Barlat et al. (1997b) by determining its uniaxial yield stress and r -value in seven directions in the sheet plane. The balanced biaxial yield stress was also measured. These data were used as input for the optimization. The optimized material parameters are given in Table 6. Fig. 12 shows the experimental and predicted uniaxial flow stresses and

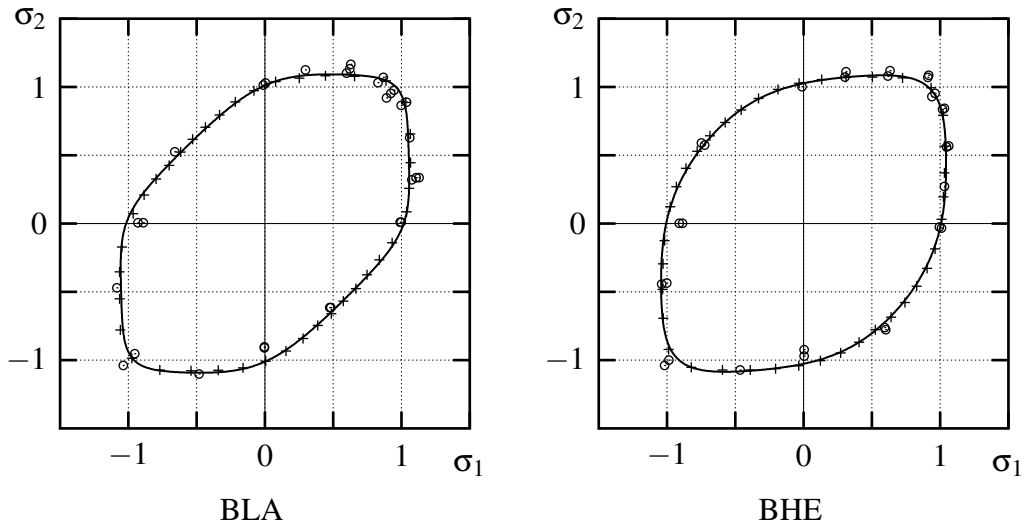


Fig. 11. BLA and BHE yield surfaces $\bar{\sigma} - 1 = 0$: experimental (circles), TBH (crosses) and simulated with the proposed yield function (lines). Experimental and TBH data were digitized from Barlat et al. (1997a). Parameters of the proposed yield function are given in Table 5

Table 6

Yield function parameters for 6022–T4 material. $c_{i \geq 5}^k$ are irrelevant.

a	α	b^1 b^2	c_1^1 c_1^2	c_2^1 c_2^2	c_3^1 c_3^2	c_4^1 c_4^2
1.00	0.578	22.0	1.430	1.111	0.968	1.128
		10.1	1.194	-0.291	-1.584	-0.947

r -values for this 6022–T4 sample; the predicted plane stress yield surface is also given. The match between the experimental and predicted curves is better than with Barlat et al. (1997b) yield function because when the balanced biaxial yield stress is fixed and when the uniaxial yield stress and r -value are fixed in the three directions 0, 45 and 90°, there is still one more parameter to adjust anisotropy of other directions.

4.3 2090–T3 sheets

A 2090–T3 sheet sample was characterized by Yoon et al. (2000) by determining its uniaxial yield stress and r -value in seven directions in the sheet plane. The balanced biaxial yield stress was also measured. The optimized parameters are given in Table 7. Fig. 13 shows the experimental and predicted uniaxial flow stresses and r -values for this 2090–T3 sample; the predicted plane stress yield surface is also given. The match between the experimental and predicted curves is better than with Barlat et al. (1997b) yield function because when the biaxial yield stress is fixed and when the uniaxial yield stress and r -value are fixed in

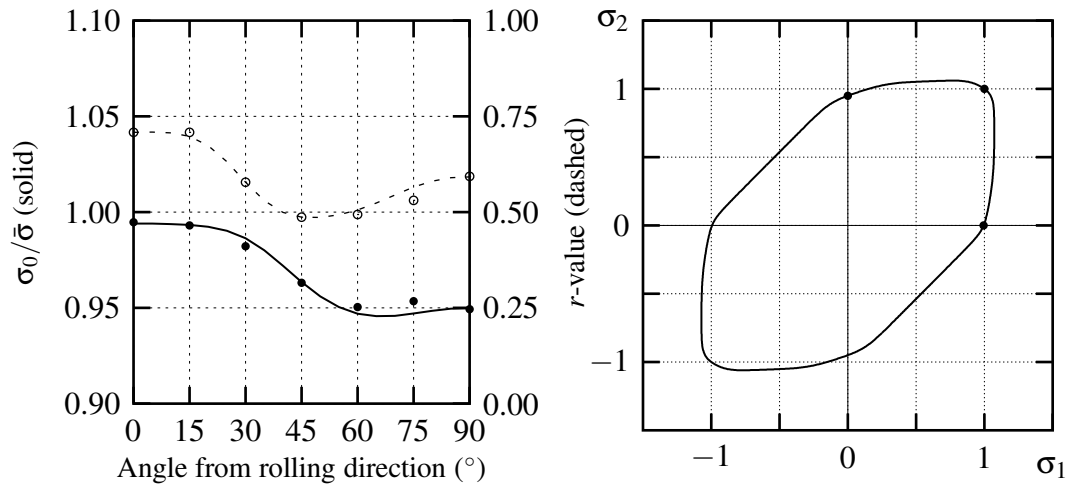


Fig. 12. 6022-T4 uniaxial yield stress and r -value and predicted plane stress yield surface. Experimental data (symbols) were digitized from Barlat et al. (1997b). Material parameters for the simulations (lines) are given in Table 6.

Table 7

Yield function parameters for 2090-T3 material. $c_{i \geq 5}^k$ are irrelevant.

a	α	b^1 b^2	c_1^1 c_1^2	c_2^1 c_2^2	c_3^1 c_3^2	c_4^1 c_4^2
11.6	0.557	2.80 92.0	1.770 1.803	-0.111 0.094	0.326 -2.146	1.323 -1.274

the three directions 0, 45 and 90°, there is still one more parameter to adjust anisotropy of other directions. Note that the high value of exponent b^2 could cause numerical problems in structure calculations but none was observed in the optimization process. However, this material is very particular because Yoon et al. (2000) had to translate the yield surface to improve the simulations. This could possibly be represented by a kinematic hardening with a non zero initial backstress (Wu, 2002; Yao and Cao, 2002).

4.4 Al-Zn-Mg-Cu alloy

The anisotropy of a 7075-T351 thick sheet sample was studied by Achon (1994). The thickness of the sheet was 60 mm making it possible to extract specimens for uniaxial tension tests in out of plane directions. Six directions were studied: the rolling direction L (1,0,0), the long transverse direction T (0,1,0), the short transverse direction S (0,0,1), the LT direction (1,1,0), the TS direction (0,1,1) and the SL direction (1,0,1). According to the author, the Hill (1948) criterion was able to predict flow stresses correctly but not the r -values defined

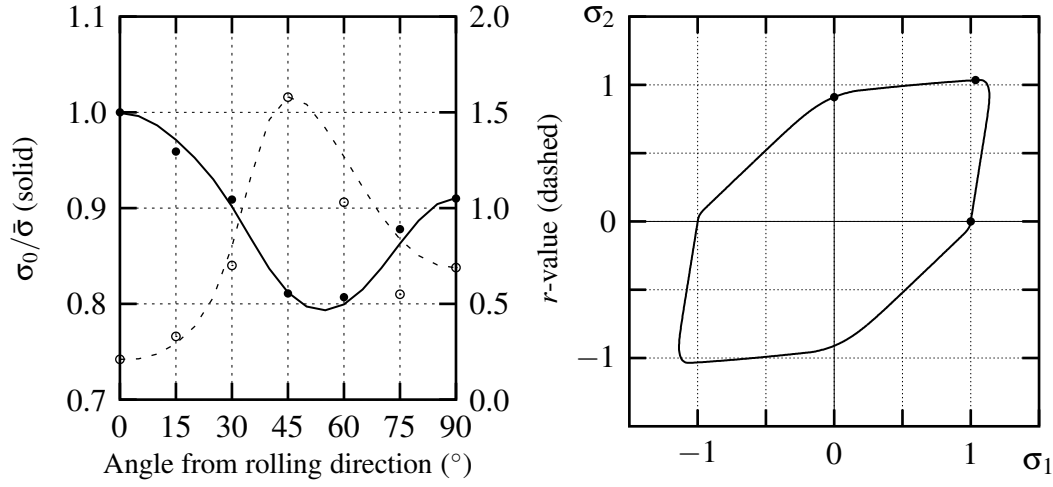


Fig. 13. 2090-T3 uniaxial yield stress and r -value and predicted plane stress yield surface. Experimental data (symbols) were digitized from Yoon et al. (2000). Material parameters for the simulations (lines) are given in Table 7.

Table 8

Yield function parameters for 7075-T351 material.

a	α	b^1 b^2	c_1^1 c_1^2	c_2^1 c_2^2	c_3^1 c_3^2	c_4^1 c_4^2	c_5^1 c_5^2	c_6^1 c_6^2
2.20	0.598	10.3	0.578	1.351	1.141	1.232	1.356	1.574
		13.1	2.069	0.197	0.332	0.851	1.314	0.590

as follows:

$$\begin{aligned}
 r_L &= \epsilon_T^p / \epsilon_S^p & ; & \quad r_T = \epsilon_L^p / \epsilon_S^p & \quad ; & \quad r_S = \epsilon_L^p / \epsilon_T^p \\
 r_{LT} &= \epsilon_{(\bar{1},1,0)}^p / \epsilon_S^p & ; & \quad r_{TS} = \epsilon_{(0,\bar{1},1)}^p / \epsilon_L^p & ; & \quad r_{SL} = \epsilon_{(1,0,\bar{1})}^p / \epsilon_T^p
 \end{aligned} \tag{32}$$

Experimental values at a plastic deformation of 0.03 for the flow stresses and r -values are plotted in Fig. 14 exhibiting a strong anisotropy (the r -value varies from 0.62 to 4.15).

The proposed yield function was found very accurate to represent the plastic anisotropy of this sheet sample because it was possible to adjust exactly all these experimental values with the coefficients given in Table 8. This example is interesting because all material coefficients are relevant, in particular out of plane $c_{i \geq 5}^k$ coefficients.

4.5 Cube and Goss textures

According to Barlat et al. (1997b), it is not possible to represent the anisotropy of strong annealing textures such as Cube $\{100\}\langle 001 \rangle$ and Goss $\{110\}\langle 001 \rangle$ textures

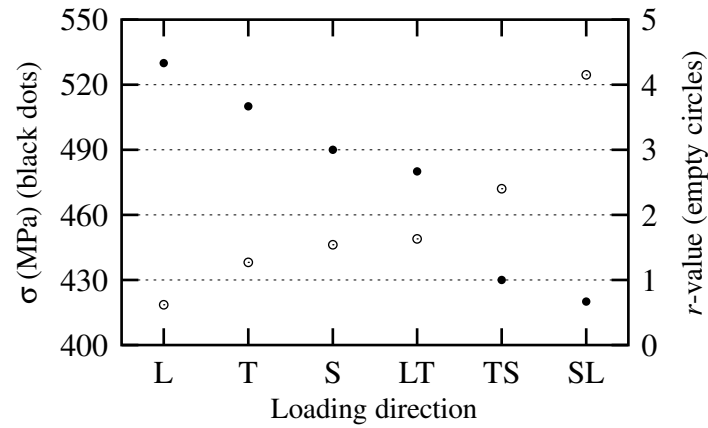


Fig. 14. 7075-T351 experimental uniaxial yield stress (black dots) and r -value (empty circles) in six directions (Achon, 1994).

Table 9

Yield function parameters for Cube and Goss textures. $c_{i \geq 5}^k$ are irrelevant.

texture	a	α	b^1 b^2	c_1^1 c_1^2	c_2^1 c_2^2	c_3^1 c_3^2	c_4^1 c_4^2
Cube	1.00	0.644	14.4	1.100	1.112	1.106	0.830
			17.2	0.823	0.800	0.795	1.028
Goss	1.74	0.760	10.3	0.661	1.220	1.229	0.837
			45.0	1.755	0.327	0.395	1.272

with the yield functions proposed by Barlat et al. (1991), Karafillis and Boyce (1993) or Barlat et al. (1997a). The proposed yield function does not show this drawback. Fig. 15 shows the comparison between the flow stresses and the r -values of Cube and Goss textures calculated with TBH model by Barlat et al. (1997b) and predicted by the proposed yield function. Fig. 16 shows the plane stress yield surfaces for Cube and Goss textures. The material parameters are given in Table 9

5 Conclusions

The proposed yield function is an extension of Barlat et al. (1991) and Karafillis and Boyce (1993) yield functions. Its general formulation makes it possible to be extended easily by adding new terms in the summation defining the equivalent stress (Eq. 7). With 16 material parameters it is able to represent rather complex yield surfaces and in contrast to Barlat et al. (1997a) or Barlat et al. (1997b) yield functions, its convexity is proved. Besides, contrary to Barlat et al. (1997b) yield function, 3D calculations have been performed without any convergence problem. The proposed yield function has been found very accurate to describe the plastic anisotropy of various aluminum sheet samples.

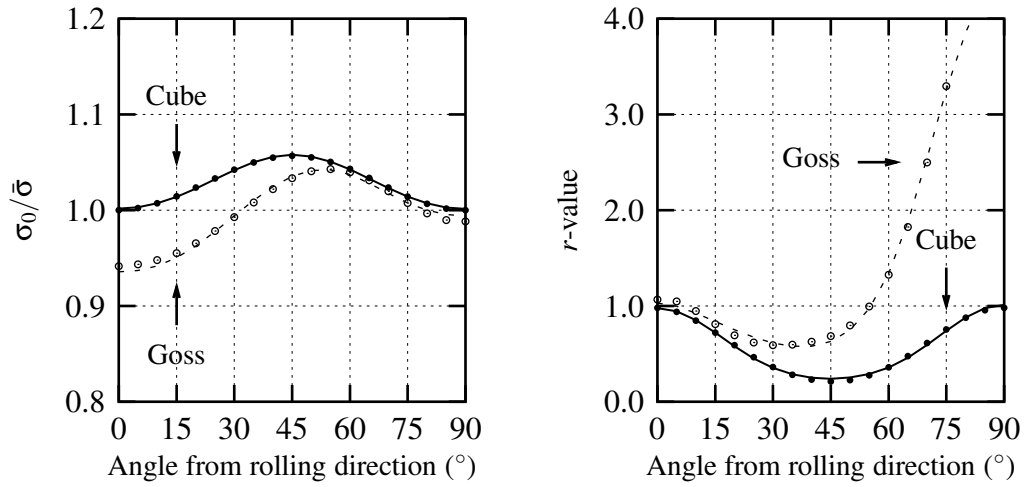


Fig. 15. Flow stresses and r -values for Cube and Goss textures. TBH data (symbols) were digitized from Barlat et al. (1997b). Material parameters for the simulations (solid and dashed lines) are given in Table 9.

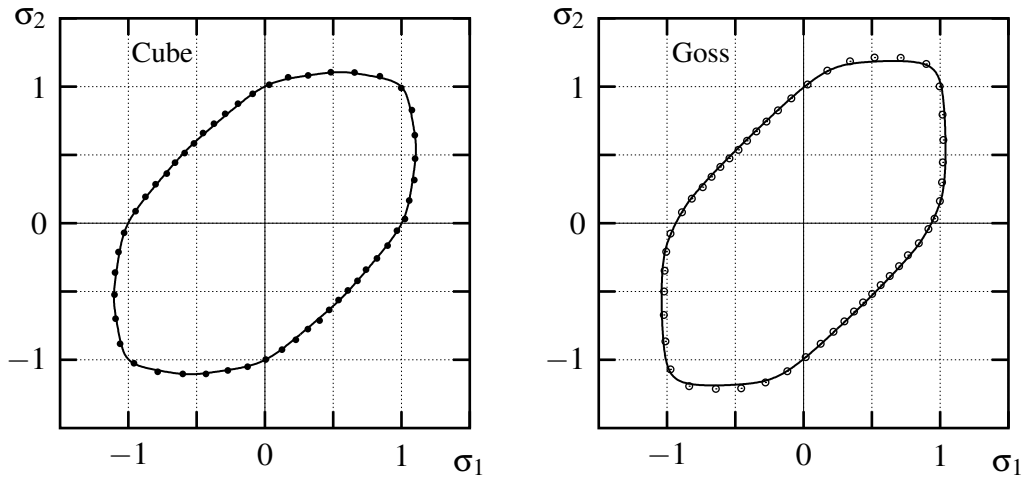


Fig. 16. Plane stress yield surfaces for Cube and Goss textures. TBH data (symbols) were digitized from Barlat et al. (1997b). Material parameters for the simulations (solid lines) are given in Table 9.

Aknowledgements

The authors would like to thank Dr P. Lorenzon (Université Paris Sud, Orsay, France) for its help to prove the convexity of the proposed yield function. This research was supported by Pechiney CRV and the French ministry of the economy, finance and industry (ASA network) for which the authors are grateful.

References

- Achon, P., 1994. Comportement et ténacité d'alliages d'aluminium à haute résistance. Ph.D. thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- Barlat, F., Becker, R. C., Hayashida, Y., Maeda, Y., Yanagawa, M., Chung, K., Brem, J. C., Lege, D. J., Matsui, K., Murtha, S. J., Hattori, S., 1997a. Yielding description for solution strengthened aluminum alloys. *Int. J. Plasticity* 13 (4), 385–401.
- Barlat, F., Brem, J. C., Yoon, J. W. Chung, K., Dick, R. E., Lege, D. J., Pourboghrat, F., Choi, S.-H., Chu, E., 2003. Plane stress yield function for aluminum alloy sheets – part 1: theory. *Int. J. Plasticity* 19 (9), 1297–1319.
- Barlat, F., Lege, D. J., Brem, J. C., 1991. A six-component yield function for anisotropic materials. *Int. J. Plasticity* 7, 693–712.
- Barlat, F., Maeda, Y., Chung, K., Yanagawa, M., Brem, J. C., Hayashida, Y., Lege, D. J., Matsui, K., Murtha, S. J., Hattori, S., Becker, R. C., Makosey, S., 1997b. Yield function development for aluminum alloy sheets. *J. Mech. Phys. Solids* 45 (11-12), 1727–1763.
- Besson, J., Foerch, R., 1997. Large scale object-oriented finite element code design. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng* 142 (1–2), 165–187.
- Bishop, J. W. F., Hill, R., 1951a. A theoretical derivation of the plastic properties of polycrystalline face-centered metals. *Philos. Mag.* 42, 1298–1307.
- Bishop, J. W. F., Hill, R., 1951b. A theory of the plastic distortion of a polycrystalline aggregate under combined stresses. *Philos. Mag.* 42, 414–427.
- Char, B. W., Geddes, K. G., Gonnet, G. H., Watt, S. M., 1991. *Maple V Language Reference Manual*. Springer-Verlag.
- Foerch, R., Besson, J., Cailletaud, G., Pilvin, P., 1997. Polymorphic constitutive equations in finite element codes. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng* 141, 355–372.
- Gürdal, Z., Haftka, R. T., 1992. *Elements of structural optimization*. Kluwer academic Publishers.
- Hershey, A. V., 1954. The plasticity of an isotropic aggregate of anisotropic face-centered cubic crystals. *J. Appl. Mech.* 21, 241–249.
- Hill, R., 1948. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. *Proc. Roy. Soc. London A* 193, 281–297.
- Hill, R., 1950. *The mathematical theory of plasticity*. Clarendon Press.
- Hill, R., 1956. *The mechanics of quasi-static plastic deformation in metals*. Survey in Mechanics, Cambridge.
- Hosford, W. F., 1972. A generalize isotropic yield criterion. *J. Appl. Mech.* 39, 607–609.
- Hosford, W. F., 1996. On the crystallographic basis of yield criteria. *Textures Microstruct.* 26–27, 479–493.
- Karafillis, A. P., Boyce, M. C., 1993. A general anisotropic yield criterion using bounds and a transformation weighting tensor. *J. Mech. Phys. Solids* 41 (12), 1859–1886.

- Lademo, O.-G., Hopperstad, O. S., Langseth, M., 1999. An evaluation of yield criteria and flow rules for aluminium alloys. *Int. J. Plasticity* 15 (2), 191–208.
- Ladevèze, P., 1980. Sur la théorie de la plasticité en grandes déformations. Rapport interne 9, LMT, ENS Cachan, France.
- Lawrence, C., Zhou, J. L., Tits, A. L., 1994. User's guide for CFSQP version 2.0: a C code for solving (large scale) constrained nonlinear (minimax) optimization problems, generating iterates satisfying all inequality constraints. Tech. Rep. TR 94-16, Institute for Systems Research, University of Maryland, College Park, MD 20742.
- Logan, R. W., Hosford, W. F., 1980. Upper-bound anisotropic yield locus calculations assuming $\langle 111 \rangle$ -pencil glide. *Int. J. Mech. Sci.* 22, 419–430.
- Mandel, J., 1966. *Mécanique des milieux continus II*. Gauthier-Villars, Paris.
- Mises, R. v., 1913. Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand. *Nachrichten von der königlichen Gelleschaft der Wissenschaften zu Göttingen, mathematisch-physikalische Klasse*, 582–592.
- Monagan, M. B., Geddes, K. O., Heal, K. M., Labahn, G., Vorkoetter, S. M., McCarron, J., DeMarco, P., 2001. *Maple 7 Programming Guide*. Waterloo Maple Inc., Waterloo, Canada.
- Simo, J., Taylor, R., 1985. Consistent tangent operators for rate-independent elastoplasticity. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng* 48 (1), 101–118.
- Taylor, G. I., 1938. Plastic strains in metals. *J. Inst. Met. Engng Mater. Tech.* 62, 307–324.
- Tresca, H., 1864. Memoir on the flow of solid bodies under strong pressure. *Comptes-rendus de l'académie des sciences, Paris, France* 59, 754.
- Wu, H.-C., 2002. Anisotropic plasticity for sheet metals using the concept of combined isotropic-kinematic hardening. *Int. J. Plasticity* 18 (12), 1661–1682.
- Wu, P. D., Jain, M., Savoie, J., MacEwen, S. R., Tuğcu, P., Neale, K. W., 2003. Evaluation of anisotropic yield functions for aluminum sheets. *Int. J. Plasticity* 19 (1), 121–138.
- Yao, H., Cao, J., 2002. Prediction of forming limit curves using an anisotropic yield function with prestrain induced backstress. *Int. J. Plasticity* 18 (8), 1013–1038.
- Yoon, J. W., Barlat, F., Chung, K., Pourboghrat, F., Yang, D. Y., 2000. Earing predictions based on asymmetric nonquadratic yield function. *Int. J. Plasticity* 16 (9), 1075–1104.

3 Utilisation du nouveau critère pour la tôle 202407tn

Le critère proposé dans la section précédente a été utilisé avec succès pour modéliser l'anisotropie plastique du matériau 202407tn. L'optimisation a été conduite exactement comme pour la tôle 202415tn en prenant $b^1 = b^2 = a$ mais en conservant les mêmes valeurs de $a = 18,2$ et $\alpha = 0,734$. Les paramètres optimisés sont donnés dans le tableau 2.1 et la comparaison avec les essais est faite sur la fig 2.1. Il faut toutefois remarquer qu'il n'a pas été possible d'ajuster parfaitement les essais de traction lisse dans le sens L (la simulation est légèrement au-dessus) alors que les essais entaillés dans le sens L sont bien représentés. Étant donné que la direction L est sujette à l'effet Portevin–Le Châtelier décrit dans la section 5, la définition précise de la courbe de traction est impossible et la différence observée n'a pas été jugée problématique.

E	ν	R_0	K_0	K_1	k_1	K_2	k_2		
70	0,38	293	0,535	0,0720	297	0,711	11,3		
a	α	c_1^1	c_2^1	c_3^1	c_4^1	c_1^2	c_2^2	c_3^2	c_4^2
18,2	0,734	1,009	0,998	0,920	0,959	0,742	0,594	1,277	1,183

Tab. 2.1 : Paramètres de la loi d'écrouissage et du nouveau critère pour le matériau 202407tn. E est en GPa et R_0 en MPa ; $c_{i \geq 5}^k$ n'interviennent pas ici.

4 Modélisation du comportement des tôles pré-étirées 202407t5 et 202415t3

Le nouveau critère pourrait être utilisé avec les tôles pré-étirées et il permettrait certainement de trouver un bon ajustement. Une autre approche a été choisie pour modéliser le comportement de ces tôles : elle consiste à simuler une pré-traction sur les tôles non tractionnées et à optimiser la valeur de la pré-traction pour correspondre au mieux aux essais. C'est donc le comportement optimisé des tôles 202407tn et 202415tn qui a servi de base. Une pré-traction de 4,3 % pour la tôle 202407t5 et de 3,3 % pour la tôle 202415t3 ont été trouvées ; ces valeurs sont proches des valeurs demandées en usine (respectivement 5 % et 3 %).

Les figures 2.3 et 2.4 présentent les ajustements réalisés. D'une manière générale, la forme des courbes simulées correspond mieux au sens L qu'aux autres directions avec un coude marqué au niveau de la limite d'élasticité. Il n'est pas possible avec un écrouissage isotrope d'adapter la forme des courbes à chaque direction car le critère anisotrope n'introduit que des dilatations suivant les axes. Par contre, il est probable que l'écrouissage comporte une partie cinématique non prise en compte ici. Les simulations

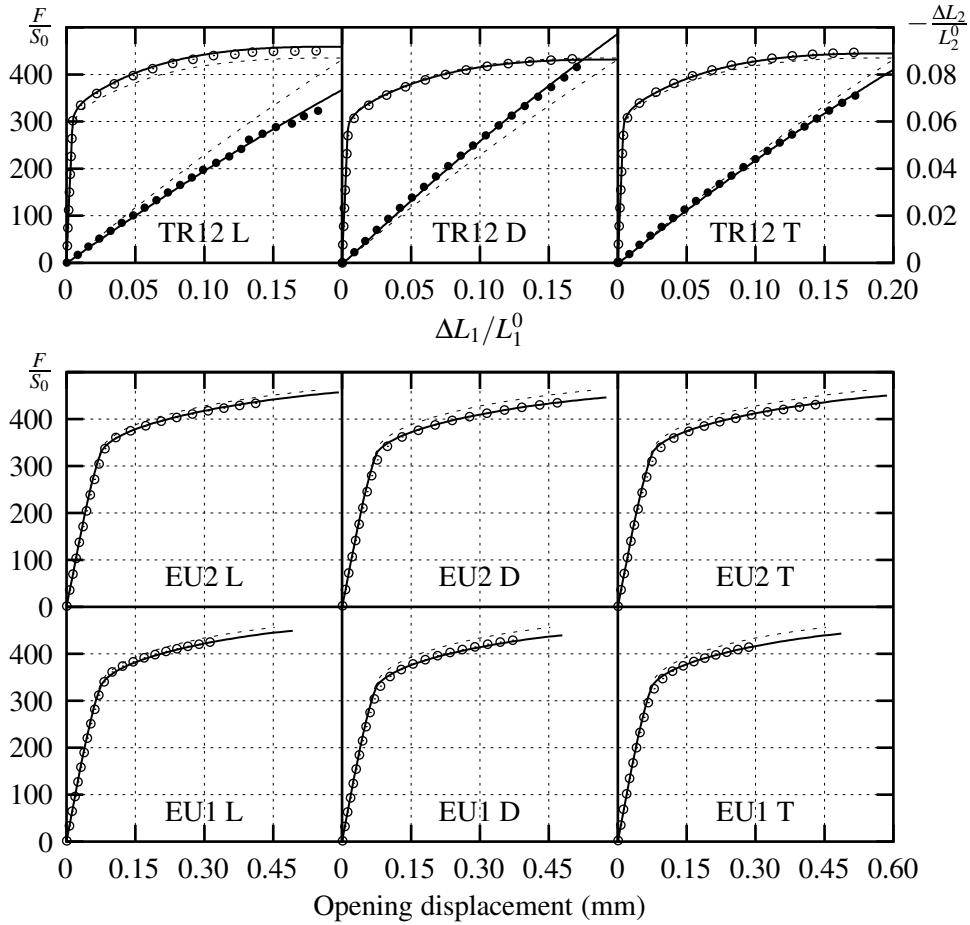


Fig. 2.1 : Identification des paramètres du nouveau critère pour le matériau 202407tn : essais (symboles), simulations von Mises (lignes en pointillés) et simulations avec le critère optimisé (lignes continues). F est la charge et S_0 la section initiale. F/S_0 est en MPa (échelle de gauche, cercles vides). $\Delta L_1/L_1^0$ est la déformation longitudinale (dans la direction de traction) et $\Delta L_2/L_2^0$ est la déformation transverse (à 90 degrés de la direction de traction, échelle de droite, cercles pleins). Les coefficients du critère sont donnés dans le tableau 2.1.

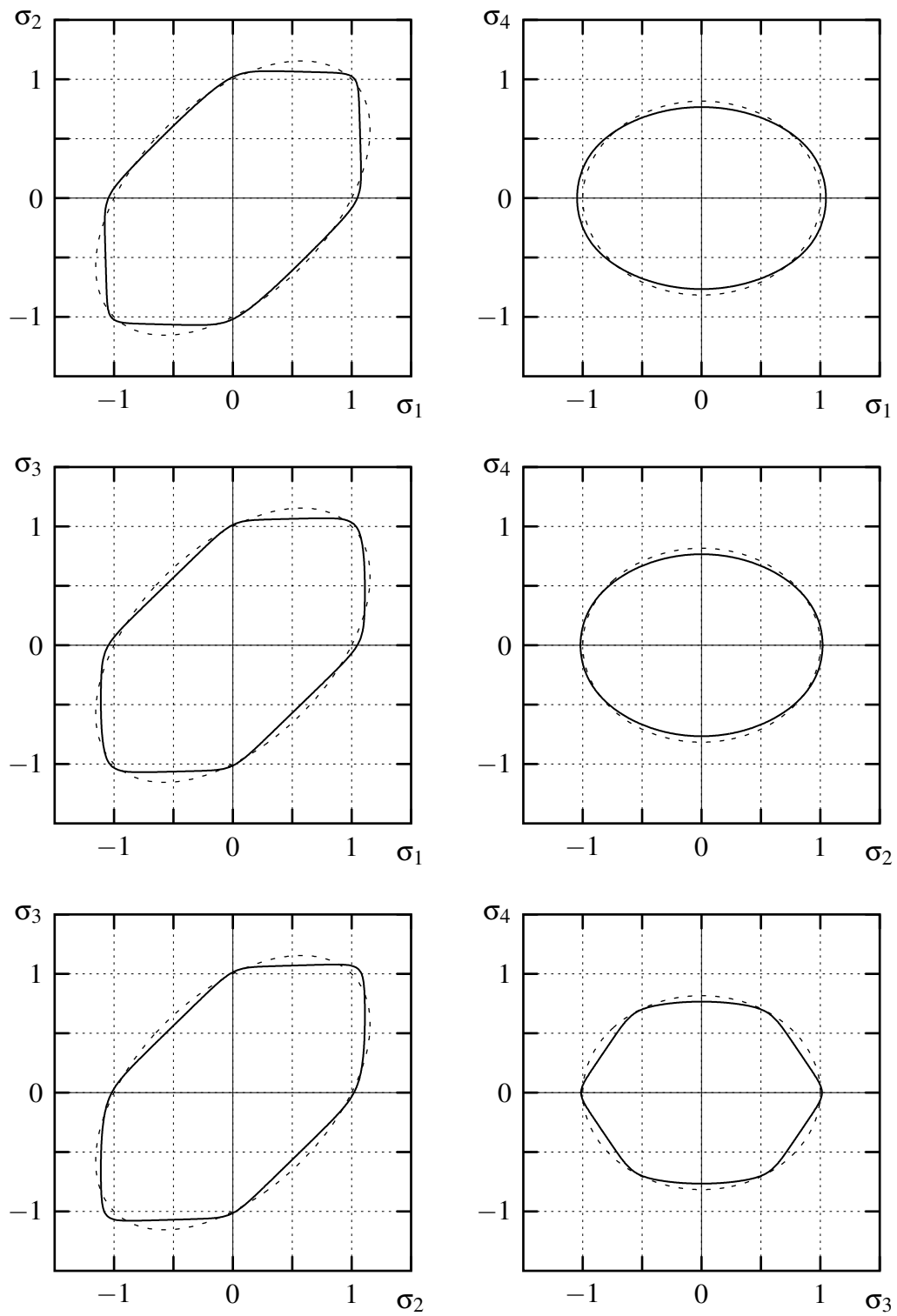


Fig. 2.2 : Surface de charge normalisée ($\bar{\sigma} - 1 = 0$) pour le matériau 202407tn (lignes continues) comparée à celle de von Mises (lignes en pointillés).

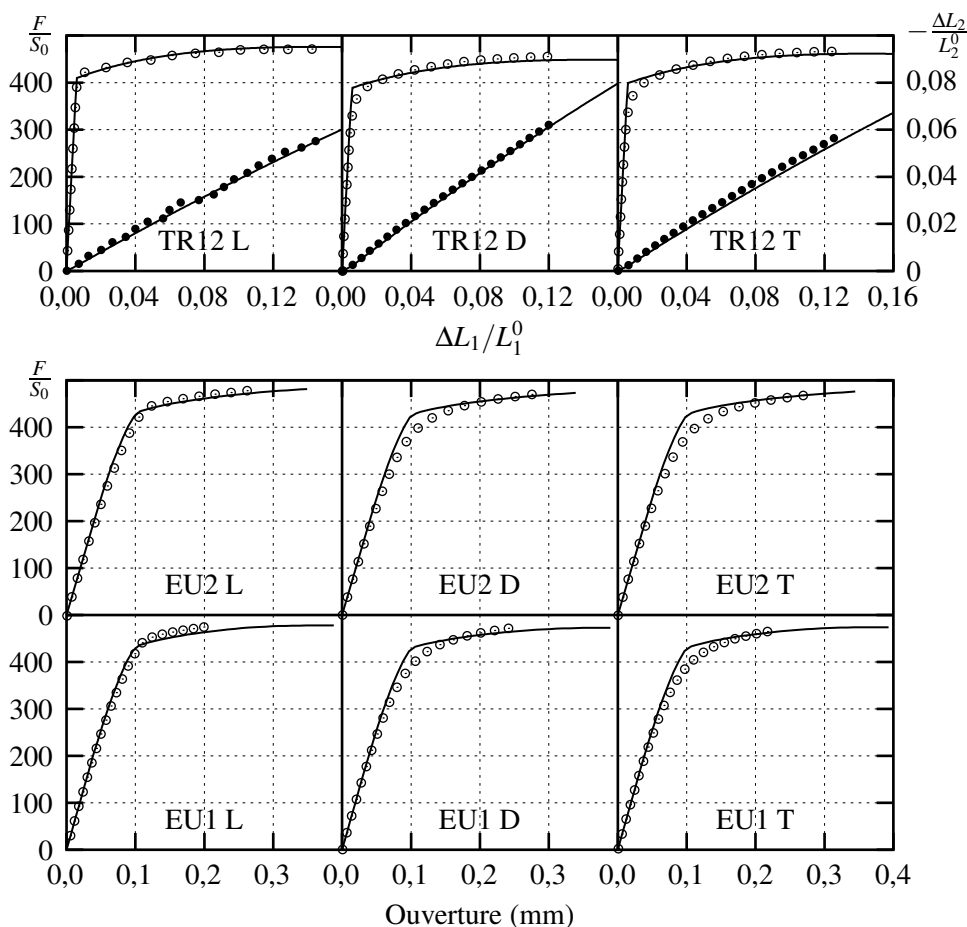


Fig. 2.3 : Identification de la pré-traction de la tôle 202407t5. Essais (symboles) et simulations avec le critère optimisé pour la tôle 202407tn et une pré-traction de 4.3 % (lignes continues). F est la charge et S_0 la section initiale. F/S_0 est en MPa (échelle de gauche, cercles vides). $\Delta L_1/L_1^0$ est la déformation longitudinale (dans la direction de traction) et $\Delta L_2/L_2^0$ est la déformation transverse (à 90 degrés de la direction de traction, échelle de droite, cercles pleins).

des courbes de traction sont assez bonnes mais la déformation latérale n'est pas bien représentée pour la tôle 202415t3. Les essais entaillés sont moins bien représentés et pour la tôle 202415t3, les simulations sont nettement trop hautes.

5 Effet Portevin–Le Châtelier

Pour toutes les tôles, les courbes de traction dans la direction L présentent un aspect en dents de scie. Seule la direction L est concernée et l'effet est plus important sur les tôles pré-tractionnées. La figure 2.5 montre l'évolution au cours du temps de la contrainte et de la déformation longitudinale pour la tôle 202415tn à différentes vitesses de déformation. On peut constater que la déformation marque plusieurs paliers reproductibles et que le

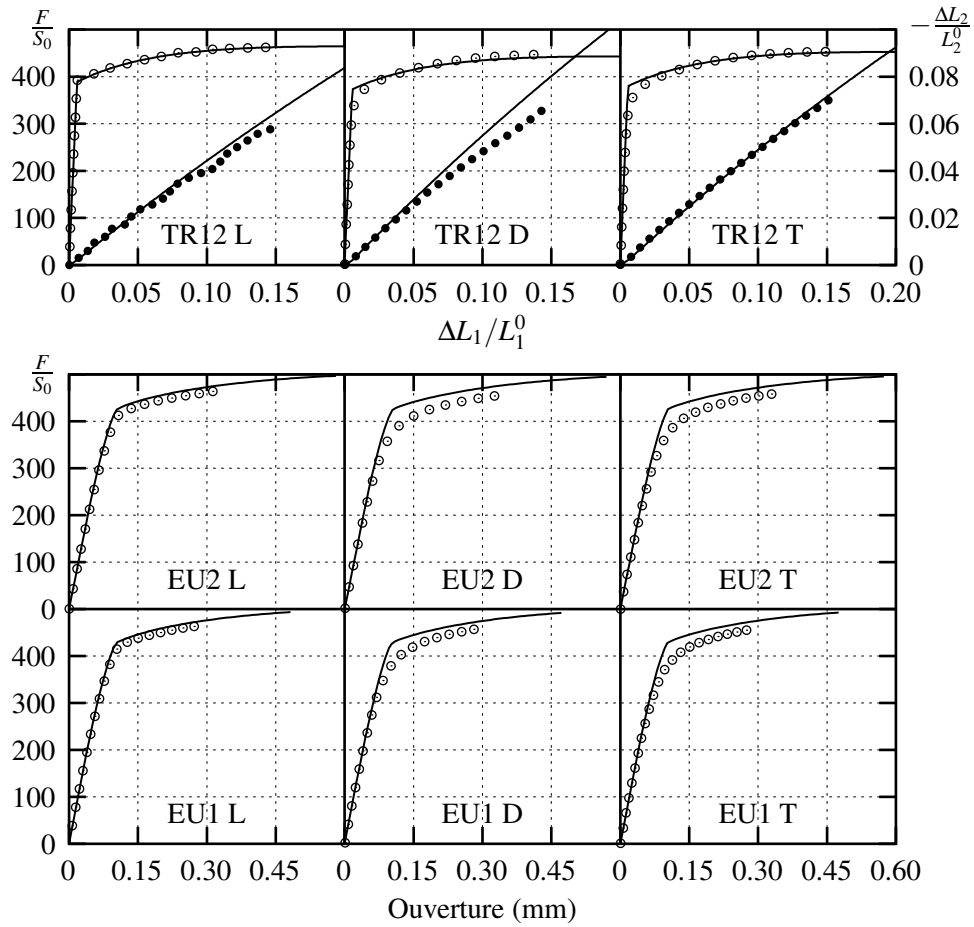


Fig. 2.4 : Identification de la pré-traction de la tôle 202415t3. Essais (symboles) et simulations avec le critère optimisé pour la tôle 202415tn et une pré-traction de 3.3 % (lignes continues). F est la charge et S_0 la section initiale. F/S_0 est en MPa (échelle de gauche, cercles vides). $\Delta L_1/L_1^0$ est la déformation longitudinale (dans la direction de traction) et $\Delta L_2/L_2^0$ est la déformation transverse (à 90 degrés de la direction de traction, échelle de droite, cercles pleins).

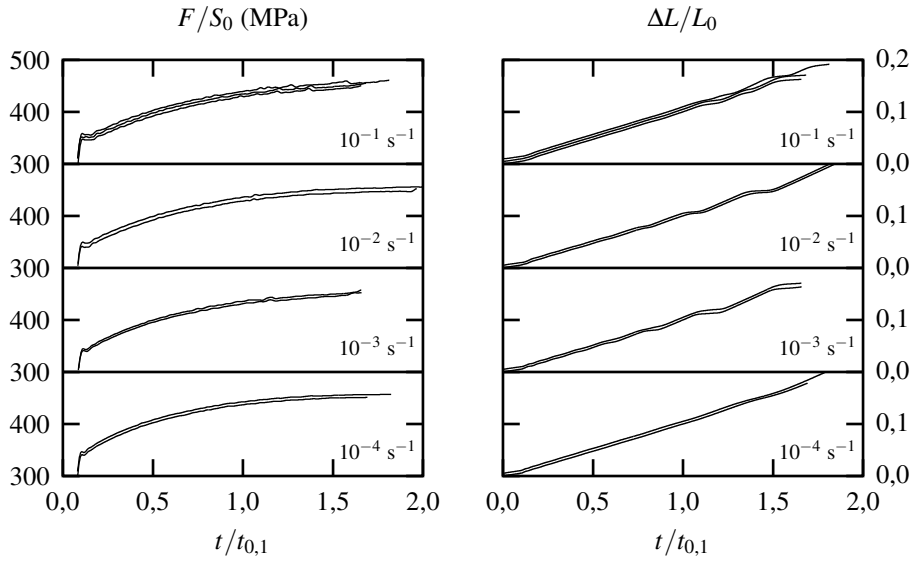


Fig. 2.5 : Effet Portevin–Le Châtelier pour la tôle 202415tn dans la direction L. F est la force et S_0 la section initiale, $\Delta L/L_0$ est la déformation longitudinale et $t/t_{0,1}$ est le temps normalisé par le temps correspondant à une déformation de 0,1. Les essais identiques sont volontairement décalés d’une contrainte de 5 MPa et d’une déformation de 0,05.

phénomène a pratiquement disparu à 10^{-4} s^{-1} . Il pourrait s’agir d’une manifestation de l’effet Portevin–Le Châtelier (Le Châtelier, 1909 ; Portevin et Le Châtelier, 1924 ; Cottrell, 1953) dont on sait qu’il ne se produit que dans un domaine de vitesse et température bien précis et dont le caractère anisotrope est décrit par exemple par Cheng et Morris (2000) et Mizera et Kurzydłowski (2001). Cependant, cet aspect n’a été ni étudié ni modélisé dans ce travail.

Résumé

- Le comportement plastique des tôles en 2024 est anisotrope.
 - Le critère de Hill (1948) n'est pas adapté pour les alliages d'aluminium.
 - Le critère proposé comporte 12 paramètres pour décrire l'anisotropie et 4 paramètres pour modifier de manière isotrope la surface de charge soit 16 paramètres en tout.
 - Le critère proposé est convexe et deux fois dérivable.
 - Le critère proposé décrit avec succès un grand nombre d'alliages dont les tôles 202407tn et 202415tn.
 - Une pré-traction de 4,3 % pour la tôle 202407t5 et de 3,3 % pour la tôle 202415t3 permettent d'obtenir les meilleures simulations des essais sur tôles pré-étirées.
 - Un effet de type Portevin–Le Châtelier est observé dans la direction L.
-

Chapitre 3

Simulation de la déchirure ductile

1 Introduction

Dans ce chapitre, la déchirure ductile des tôles de fuselage est modélisée par éléments finis. Le modèle est présenté en détail et appliqué aux deux nuances disponibles 202407tn et 202415tn. Les paramètres du modèle sont identifiés sur la microstructure et par des essais sur petites éprouvettes. Le modèle est ensuite utilisé pour simuler la déchirure des larges panneaux M(T). La transférabilité des petites éprouvettes aux grandes éprouvettes étant démontrée, une étude paramétrique est conduite afin de montrer l'influence de la courbe d'écrouissage, d'une pré-traction et de l'anisotropie plastique sur les essais M(T). Enfin, les courbes charge-ouverture obtenues sont converties en « courbes R » qui peuvent être utilisées pour le dimensionnement en tolérance au dommage.

2 Simulation de la déchirure ductile dans les tôles de fuselage

Cette section a fait l'objet d'un article qui sera soumis à la revue *Engineering Fracture Mechanics* après expiration de la clause de confidentialité. C'est le texte de cet article qui est inséré ci-dessous.

Résumé

L'objectif de ce travail est la simulation par éléments finis, dans le cadre de la mécanique des milieux continus, des essais de déchirure ductile sur les alliages d'aluminium aéronautiques. Le modèle est appliqué à deux tôles similaires en alliage 2024 dont la teneur en particules intermétalliques est différente. La caractérisation des matériaux est faite sur des petites éprouvettes (lisses, entaillées et Kahn) et sur de larges panneaux M(T). Les observations montrent que dans les éprouvettes sévèrement entaillées, l'amorçage de la fissuration se fait à « plat » alors que la propagation a lieu en « biseau ». La simulation est basée sur une extension du modèle de Rousselier incluant une représentation de l'anisotropie plastique et de la germination autour des particules de seconde phase. Les paramètres du modèle sont ajustés, dans le cas du matériau contenant la plus faible teneur en particules intermétalliques, pour représenter la propagation de fissure et le comportement plastique. Toutefois, le fait que la fissure se propage en biseau n'est pas représenté. Le modèle est ajusté sur de petites éprouvettes et sa transférabilité est vérifiée sur les panneaux M(T). Il est montré qu'il y a toujours un certain degré de flambement sur des panneaux d'une telle largeur, malgré l'utilisation d'un dispositif anti-flambement. En dehors du flambement, la prédiction de la charge et de l'avancée de fissure est bonne. Comme les deux matériaux ont des comportements similaires, le transfert des paramètres du modèle au matériau ayant la plus forte teneur en particules est fait en modifiant la taille de maille dans le même rapport que l'espacement inter-particules. Il est montré que cette méthodologie est satisfaisante. Enfin, le modèle est utilisé comme un outil numérique afin d'étudier les effets de la loi d'écrouissage, d'une pré-traction ou de l'anisotropie plastique sur la résistance à la propagation de fissure.

Simulation of the ductile tearing for two grades of 2024 aluminum alloy thin sheets

F. Bron ^{a,b,*} J. Besson ^a

^a*Centre des Matériaux, École Nationale Supérieure des Mines de Paris,
BP 87, 91003 Évry Cedex, France*

^b*Pechiney Centre de Recherches de Voreppe,
BP 27, 38341 Voreppe Cedex, France*

Abstract

The purpose of this work is to develop a finite element simulation of ductile tearing tests carried out on aerospace aluminum alloys using continuum damage mechanics. The model is applied to two similar 2024 alloy thin sheets containing different amounts of intermetallic particles. The materials are characterized using small specimens (smooth and notched bars, Kahn specimens) and large M(T) panels. Observations show that, in severely notched samples, crack initiation is “flat” whereas crack propagation is “slanted”. The simulation is based on an extension of the Rousselier model which includes the description of plastic anisotropy and void nucleation around second phase particles. The model parameters are adjusted in the case of the material containing the lowest amount of intermetallic particles to represent continued crack propagation as well as the overall plastic behavior, without modeling the fact that the crack is slanted. The model is adjusted on small specimens and the transferability of the model is checked on M(T) panels. It is shown that such large panels present a certain amount of buckling despite the use of an anti-buckling device. Apart from buckling, prediction of load and crack advance is good. The transfer of the model parameters to the material containing the highest amount of particles is made by modifying the mesh size according to the ratio of the particle mean spacing as the materials have very similar behaviors. This methodology is shown to be satisfactory. Finally, the model is used as a numerical tool to investigate the effects of plastic hardening, prestraining and plastic anisotropy on crack growth resistance.

Key words: 2024 aluminum alloy, ductile rupture, finite element simulation, tearing resistance

* Corresponding author. Tel.: (33) 4 76 57 81 53, fax.: (33) 4 76 57 80 99
Email address: frederic.bron_efm@m4x.org (F. Bron).

1 Introduction

AA2024 aluminum sheets are used to manufacture the fuselage of aircrafts. Mechanical tests are performed on the sheets using large center-cracked tension panels M(T) in order to measure the crack initiation toughness as well as the *R*-curve behavior. With new improved materials, methods of analysis based on the linear fracture mechanics using plastic zone corrections can hardly be used since valid tests, according to the standard, would require very large panels (several meters) (ASTM, 1999; Chabanet et al., 2003). Transferability of data to actual structures is still therefore a problem. Consequently, the prediction of the resistance to ductile tearing is of great interest in particular if the modeling is based on a good understanding of physical phenomena related to plastic deformation and ductile damage.

Three methodologies can be used to simulate crack growth in thin panels. The first approach is based on the crack tip opening angle (CTOA): the crack is assumed to propagate when the CTOA reaches a critical value. This method has been applied to aircraft structures using 2D and 3D formulations (Dawicke et al., 1997; Deng and Newman Jr, 1999; Gullerud et al., 1999) but also to the tearing of pipelines (O'Donoghue et al., 1991). The second approach is based on cohesive zone models (CZM) for which the traction-separation law across the crack is explicitly expressed. This approach has also been applied to aluminum sheets (Chabanet et al., 2003; Roychowdhury et al., 2002). The third approach, which is used in this study, is based on continuum damage mechanics (CDM) and uses constitutive equations for void containing materials (Rousselier, 1987; Tvergaard, 1989). Although initially applied to thick structures (e.g. pressure vessel steels), applications to thin structures, in which the stress triaxiality ratio is lower, were also attempted for different classes of materials (Grange et al., 2000; Rivalin et al., 2001; Besson et al., 2001). At low stress triaxialities, voids tend to elongate so that more complex models would be required to precisely represent the failure process (see e.g. (Benzerga et al., 1999; Pardoen and Hutchinson, 2000, 2003)); the application of such models remains limited due to difficulties related to both the model calibration and the numerical implementation. Interestingly, none of those approaches has yet been able to capture the formation of a slanted crack immediately after the initiation stage (James and Newman Jr, 2003). Slant cracking was simulated in (Besson et al., 2001) in the case of a small cracking specimen (Kahn), but the load was largely overestimated so that the simulation was only partly satisfactory. It was concluded that the simulation of the formation of a slanted crack would require a very fine mesh but the question is still open.

The present study describes the application of a CDM model to simulate crack propagation in wide M(T) plates based on a parameter adjustment on a much smaller samples (Kahn specimens). The two investigated materials are first presented together with the different tests that have been performed. The main

difference between the materials is their particle content. The constitutive model is then presented. An emphasis is put on the description of plastic anisotropy which had been neglected in previous studies using the CTOA or CZM methodology. Previous studies dealing with ductile tearing (Grange et al., 2000; Rivalin et al., 2001; Besson et al., 2001) or with strain localization (Brunet and Morestin, 2001) had used the anisotropic Hill criterion which was found inaccurate. In this work, a newly developed yield criterion is used (Bron and Besson, 2004). Damage is described using a modified version of the Rousselier model (Tanguy and Besson, 2002). Section 5 details the numerical techniques: mesh design, convergence check, parameter adjustment. Simulations are then presented. It is shown that large M(T) panels present a certain amount of buckling despite the use of an anti-buckling setup. The material parameter transferability between Kahn specimens and M(T) panels is investigated and validated. The data transferability between the material with a low particle content and the material with a high particle content is performed by modifying the mesh size proportionally to the ratio of the mean particle spacing for both materials. Contrarily to the CTOA and CZM methodologies, the present CDM model, as it is based on a micro-mechanical description of the material, can be used to numerically investigate the effects of plastic hardening, prestraining and plastic anisotropy on crack growth resistance (section 8).

2 Test materials

Two grades of 2024 aluminum alloy sheets with a nominal thickness of 1.6 mm were supplied by the aluminum manufacturer Pechiney. They are subsequently referred to as 202407tn and 202415tn. Variant 202407tn is a commercial alloy and variant 202415tn is a high purity alloy improved for high damage tolerance. Both grades were solution heat-treated, quenched and naturally aged to a substantially stable condition (T4). To avoid corrosion the sheets are covered with a thin cladding (less than 80 μm) of 1050 aluminum on both faces. In the following, the rolling direction is referred to as L, the long transverse direction as T and the short transverse direction (thickness) as S. D stands for the diagonal direction (45° between direction L and T in the sheet plane).

One of the major factors regarding damage tolerance is the presence of coarse intermetallic second phase particles and voids. They are nucleation sites for damage ahead of the crack tip during crack propagation. Thus, they are rather detrimental and must be avoided. The volume fraction of coarse intermetallic particles is largely influenced by the iron content which has been reduced in 202415tn material. Most of those particles are composed of either Al-Cu-Fe-Mn(-Si) or Al-Cu-Mg. Second phase particles and voids have been characterized by image analysis on 2D micrographs; the results are given in Tab. 1. The density of second phase particles in 202407tn (defined as the number of particles per unit area) is four times that of

Table 1

Image analysis on 202407tn and 202415tn materials. P stands for second phase particles and V for voids.

	202407tn			202415tn		
	P	V	P+V	P	V	P+V
density (mm ⁻²)	2956	236	3192	784	156	940
f_s (10 ⁻³)	13.0	1.18	14.2	3.71	1.62	5.33

the high purity alloy and the density of preexisting cavities is multiplied by one and a half. The second phase volume fraction of 202407tn is about three times that of 202415tn when the void volume fraction remains almost the same. Due to the finite pixel size (0.25 μm), the volume fractions should be considered with an error bar of $\pm 40\%$.

3 Mechanical testing

3.1 Samples and procedures

In this study seven types of samples are used (Fig. 1). The TR sample is a conventional smooth tensile bar used to determine the elastic-plastic behavior. The differently notched samples EU05, EU1, EU2 and EV are used to characterize the behavior under various stress triaxiality ratios and to evaluate damage properties. Center-cracked tension panels M(T) are used to obtain a stable crack propagation over more than 60 mm at each side of the initial crack. This standard *R*-curve test is used by aircraft manufacturers to qualify aluminum alloys (ASTM, 1999; Jeong et al., 1995). However, this test is expensive and could be replaced by tests on small sized Kahn specimens (Kahn) which also allow a stable crack propagation over more than 20 mm (ASTM, 2001).

All tests are carried out at room temperature on a servo-hydraulic testing machine under displacement control. The specimen thickness is that of the as-received materials: 1.59 mm for 202407tn and 1.74 mm for 202415tn. The tests on small specimens are performed for both materials in at least three directions in the sheet plane (L, D and T). Three specimens at least are tested in each condition and the mean curves are used (scatter is very small). However, tests on M(T) specimens are carried out only once in only two directions (L and T).

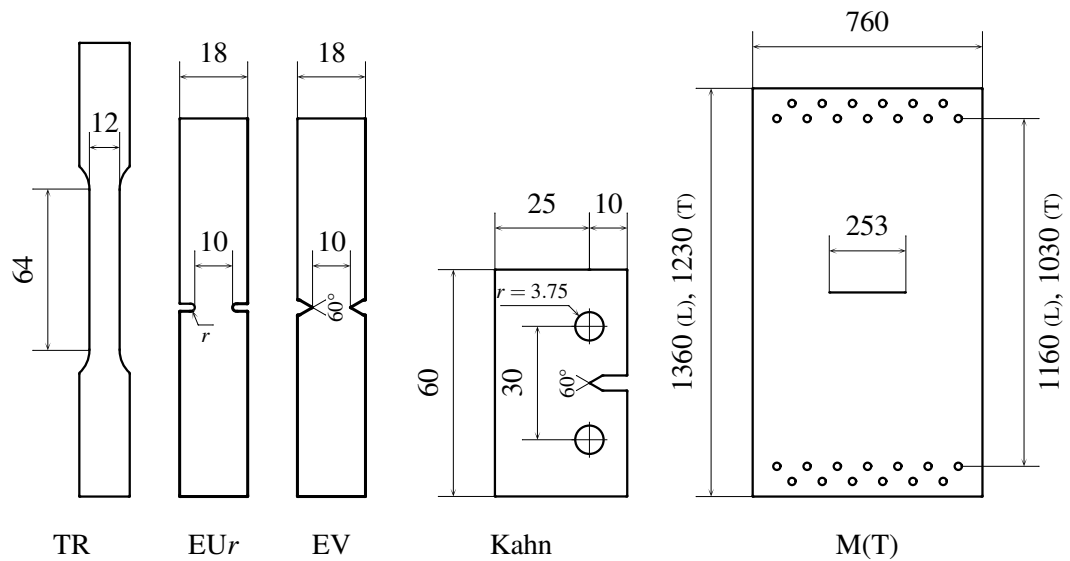


Fig. 1. Specimens for mechanical tests (all dimensions in mm) – For TR specimen, longitudinal and transverse deformations are measured. For EUr ($r = 0.5, 1$ or 2 mm) and EV, left and right opening displacements are measured; the mean value is used. For Kahn and M(T), the crack opening displacement and the crack length are measured. The notch radius of Kahn and EV is less than $60 \mu\text{m}$. The length of the M(T) specimen slightly differ in directions L and T because of the limited width of the as-received sheets.

The original crack length of large M(T) specimens is 253 mm. The first 249 mm are made by electrical-discharge machining and the last millimeters are obtained by fatigue precracking. The applied maximum load during precracking is 20 % of the yield strength applied to the net section. The stress ratio is 0.1 and the frequency is 3 Hz. To prevent buckling two rigid face plates are affixed to the central portion of the specimen. A window is kept along the crack path to allow crack length monitoring by a traveling-stage camera. Lubrication is provided between the face plates and the specimens. A displacement gage is used to measure the crack-opening displacement across the crack mouth. The gage length is 60 mm. A 1000 kN load cell is used and the cross head speed is 0.1 mm/min.

Kahn specimens are not precracked. The radius of the V-notch is less than $60 \mu\text{m}$. The test consists of stretching the specimen with two pins. A 20 kN load cell is used and the cross head speed is 0.085 mm/min. Straight lines parallel to the loading direction are drawn each millimeter from the notch root to enable crack length measure on pictures taken with a fixed digital camera. With this method, the measured crack length is relative to the initial geometry. However simulations show that the deformation in the propagation direction is nearly zero outside the initiation region (Fig. 5b, 10 mm).

For notched specimens, opening displacement is measured on both sides and the mean value is used. A 10 kN cell is used and the cross head speed is 0.085 mm/min for EV and EU05, 0.17 mm/min for EU1 and 0.34 mm/min for EU2 specimens. Smooth tensile specimens TR are used with two displacement gages so that both

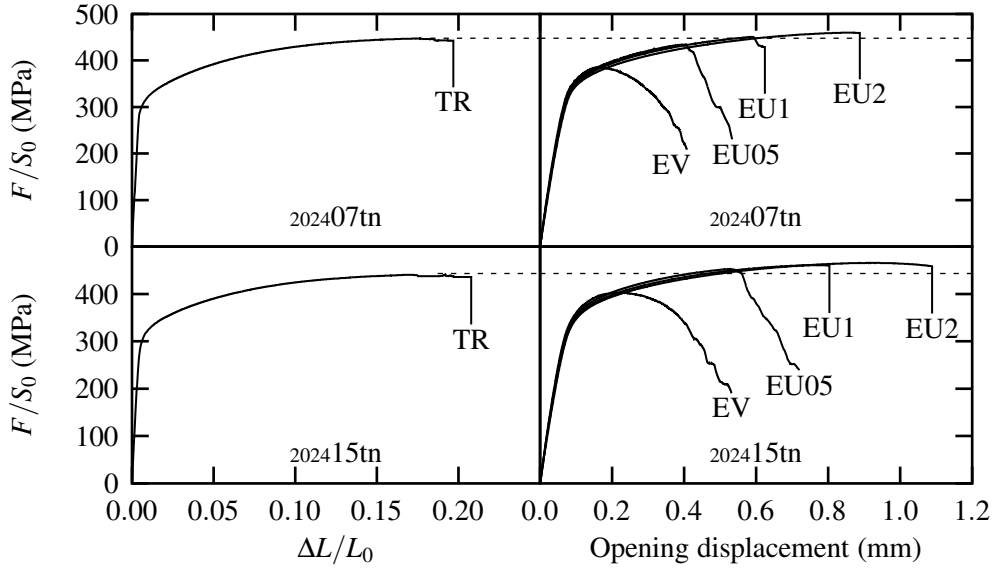


Fig. 2. Experiments on smooth and differently notched specimens loaded in the T direction for 202407tn and 202415tn materials. F stands for the load and S_0 for the initial cross section. $\Delta L/L_0$ is the longitudinal engineering elongation.

longitudinal and transverse elongations are recorded. A 10 kN cell is used and the cross head speed is 4 mm/min. The different cross head speeds were chosen to obtain approximately the same plastic strain rate in the notch region ($\approx 10^{-3} \text{ s}^{-1}$). Nevertheless, tests conducted at different strain rates (10^{-5} – 10^{-1} s^{-1}) show that strain rate does not affect the plastic behavior of these materials.

3.2 Results

Fig. 2 shows the results of mechanical tests performed in the T direction for smooth and differently notched specimens. It emerges that the elastic-plastic behavior of both materials is very similar whereas the fracture resistance of 202415tn is much better: although the uniaxial tensile curves are very close, rupture in notched samples arises much earlier for material 202407tn. The load-opening curves of the four differently notched specimens point out the notch effect: when the notch severity increases rupture occurs earlier and for a given opening displacement, the load increases little. EU1 and EU2 specimens lead to a slightly higher fracture load than the tensile specimens. Fig. 3 displays the flow stress (defined as the true stress) and the width to thickness plastic strain ratio (r -value) of both materials for a plastic deformation of 0.05. The anisotropy of both materials is similar: the flow stress is maximum in the L direction (0 rad) and minimum at $\pi/4$. The r -value varies exactly in the opposite way.

Tests on Kahn and M(T) specimens, show that material 202415tn exhibits a higher crack growth resistance. For both materials, the resistance is slightly improved

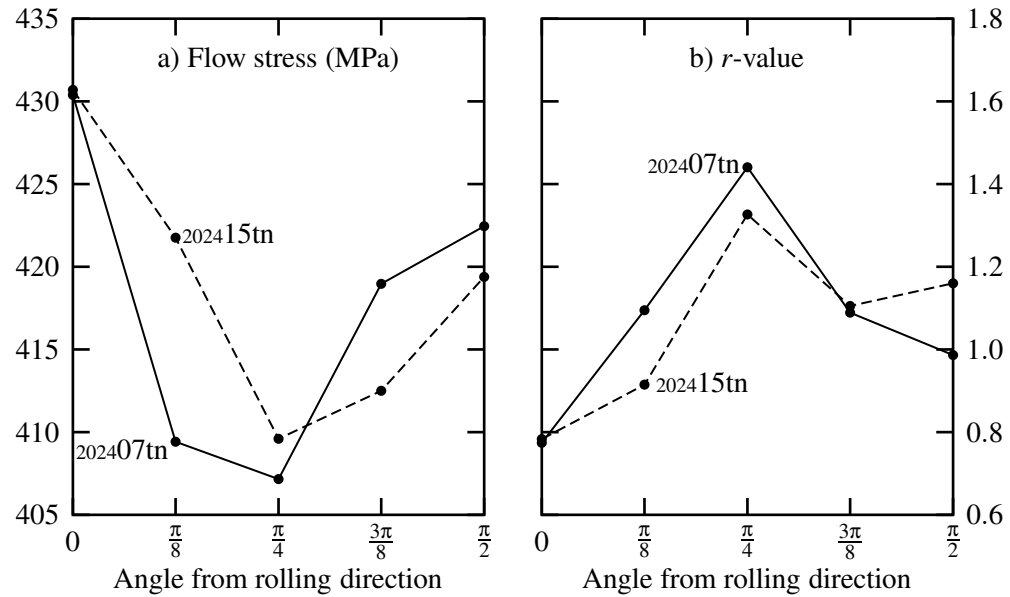


Fig. 3. Anisotropy: flow stress and r -value (width to thickness plastic strain ratio) in the sheet plane for a plastic deformation of 0.05

when loading in the L direction. Results are detailed in section 7 where they are compared to simulations.

3.3 Fracture mechanisms

The fracture mechanisms were described by the authors in previous publications (Bron et al., 2002; Bron and Besson, 2003). The appearance of the macroscopic fracture surface depends on the notch severity. M(T), Kahn and EV exhibit the same aspect: the crack initiates with a flat triangular shape perpendicular to the loading direction. This triangle has its base on the notch root and its maximum height is about one and a half of the sheet thickness. The remaining fracture surface is slanted with a 45° angle with respect to the loading direction. When notch severity decreases (EU05) the triangle diminishes in size and finally, for EU1, EU2 and smooth specimens, there is no triangle at all and the whole surface is slanted.

The comparison of the microscopic fracture surfaces obtained on smooth and differently notched specimens indicates two failure mechanisms (Fig. 4). Voids are first initiated at intermetallic particles in both cases. In the flat triangular region, large voids grow from the particles up to coalescence by “internal necking” (Thomason, 1985). In slanted regions, coalescence occurs by a “void sheet mechanism” (Garrison and Moody, 1987; Bandstra and Koss, 2001) which is associated with the creation of smaller dimples in the inter-void ligaments. These secondary dimples are associated with dispersoids. Growth of voids nucleated on intermetallic particles (primary voids) tend to be larger in EV, Kahn and M(T) specimens than in EUr or TR specimens.

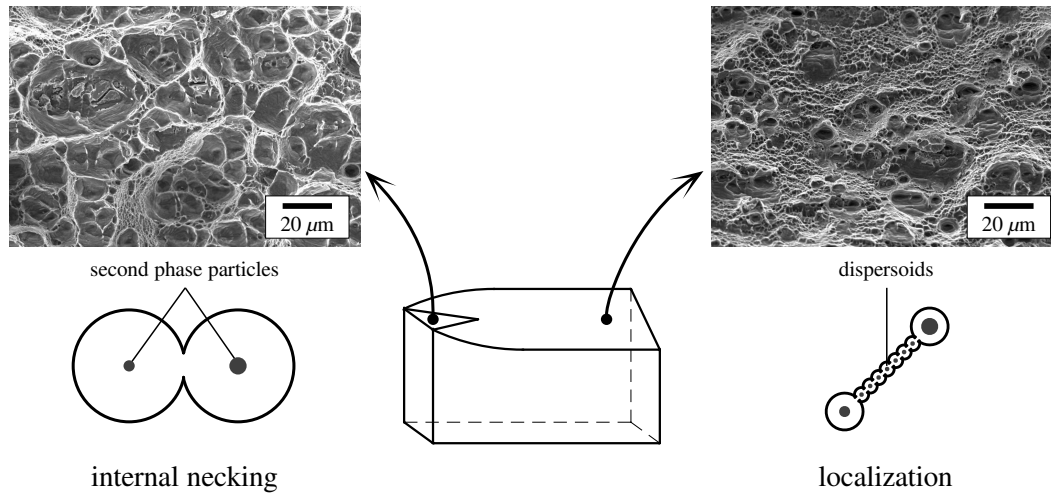


Fig. 4. Two failure mechanisms: internal necking (left) or localization of the deformation (right).

These observations can be interpreted based on the results of the finite element simulations (section 7) of Kahn (or M(T) specimens). In slanted regions the mean stress $\sigma_{ii}/3$ is small and the strain state corresponds to plane strain conditions in the propagation direction as shown in Fig. 5b for a location at 10 mm from the initial crack tip. The failure of the specimens is essentially controlled by a plastic instability phenomenon, that is the localization of plastic deformation into a shear band (Rice, 1976). This situation also prevails in smooth tensile specimens and slightly notched samples for which the mean stress is even smaller thus explaining the smaller enlargement of primary voids. Near the notch root of severely notched samples, the mean stress is higher (Fig. 5, 0 mm) which promotes void growth. In addition, the strain state strongly differs from plane strain conditions thus delaying localization (Besson et al., 2001; Needleman and Rice, 1978). These two factors lead to internal necking between primary cavities. Shear bands are avoided and secondary dimples are not observed.

4 Material model

4.1 Plastic anisotropy

Sheet metals are obtained by hot and cold rolling which creates plastic anisotropy. The plastic behavior is supposed to be well described by a yield surface that evolves during plastic deformation. The yield surface is assumed to expand isotropically (isotropic hardening) as a function of the plastic deformation. Yield functions of Hill (1948, 1950), Barlat et al. (1991) and Karafillis and Boyce (1993) were not found accurate to describe the plastic anisotropy of the studied materials. In a previous publication (Bron and Besson, 2004), the authors proposed

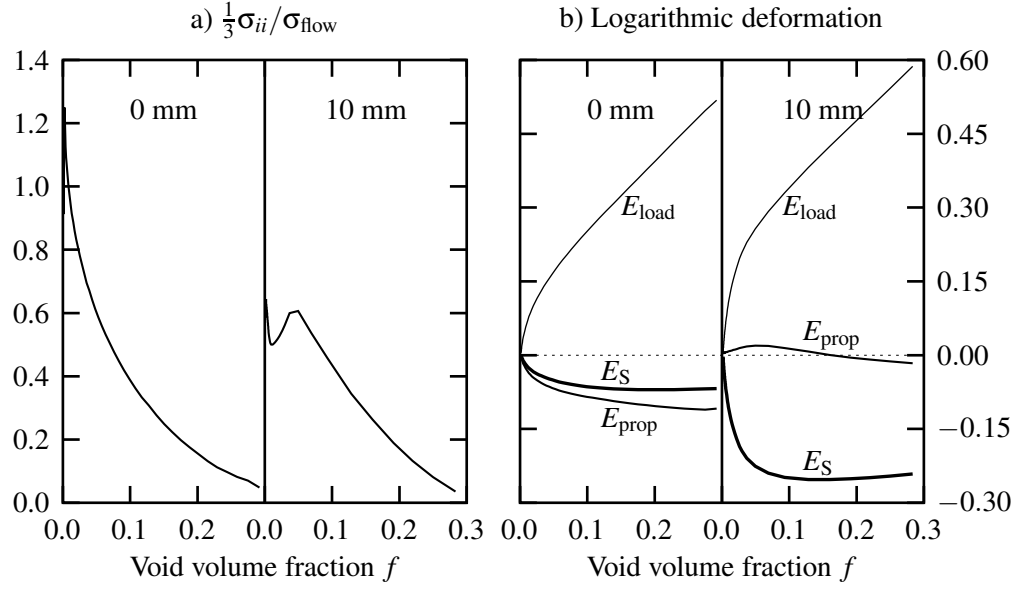


Fig. 5. Comparison of the initiation stage (0 mm) and the propagation stage (10 mm) in a Kahn specimen. Stress ratio controlling damage growth in constitutive models (a) and strain state (b). E_{load} , E_{prop} and E_S stand for the logarithmic deformations in the loading direction, in the propagation direction and in the S direction respectively. The results are given from the onset of plasticity to rupture.

an extension of Karafillis and Boyce (1993) yield function. It is defined by an equivalent stress, $\bar{\sigma}$, given by:

$$\bar{\sigma} = \left(\alpha(\psi^1)^{a/b^1} + (1 - \alpha)(\psi^2)^{a/b^2} \right)^{1/a} \quad (1a)$$

$$\psi^1 = \frac{1}{2} \left(|S_2^1 - S_3^1|^{b^1} + |S_3^1 - S_1^1|^{b^1} + |S_1^1 - S_2^1|^{b^1} \right) \quad (1b)$$

$$\psi^2 = \frac{3^{b^2}}{2^{b^2} + 2} \left(|S_1^2|^{b^2} + |S_2^2|^{b^2} + |S_3^2|^{b^2} \right) \quad (1c)$$

where $S_{i=1-3}^k$ are the principal values of a modified stress deviator \tilde{s}^k defined as follows:

$$\tilde{s}^k = \tilde{L}^k : \boldsymbol{\sigma} \quad (2a)$$

$$\tilde{L}^k = \begin{pmatrix} (c_2^k + c_3^k)/3 & -c_3^k/3 & -c_2^k/3 & 0 & 0 & 0 \\ -c_3^k/3 & (c_3^k + c_1^k)/3 & -c_1^k/3 & 0 & 0 & 0 \\ -c_2^k/3 & -c_1^k/3 & (c_1^k + c_2^k)/3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_4^k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_5^k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_6^k \end{pmatrix} \quad (2b)$$

a , b^1 , b^2 and α are four material parameters that influence the shape of the yield surface but not its anisotropy which is only controlled by $c_{i=1-6}^{k=1-2}$. Thereby, the yield function includes 16 parameters. However, among the 13 coefficients (α, c_i^k) , only 12 are independent because the effect of changing α can be offset by new values of the c_i^k coefficients. Another coefficient is redundant because the same plastic behavior is kept if the hardening law is multiplied by a non negative scalar and if all the c_i^k coefficients are divided by the same scalar. Therefore this yield function has 14 independent parameters.

4.2 Plastic hardening

The plastic hardening is represented by the flow stress R of the undamaged material (i.e. the matrix) expressed as a function of the equivalent plastic deformation p in the matrix. p is defined by writing the equivalence of the microscopic and the macroscopic plastic dissipations (undamaged material):

$$\bar{\sigma} \dot{p} = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p \quad (3)$$

where $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p$ is the plastic strain rate tensor. Therefore the definition of the equivalent plastic deformation depends on the definition of the equivalent stress $\bar{\sigma}$. In particular it is different if the parameters of the yield function change.

Then the following relationship is used for $R(p)$ as it captures well the shape of the tensile curve:

$$R(p) = R_0 \left[1 + K_0 p + K_1 \left(1 - e^{-k_1 p} \right) + K_2 \left(1 - e^{-k_2 p} \right) \right] \quad (4)$$

Parameters R_0 , K_0 , K_1 , k_1 , K_2 and k_2 are all adjusted to fit the uniaxial tensile tests.

4.3 Damage

The constitutive model for porous materials proposed by Rousselier (1987) and extended by Tanguy and Besson (2002) is used. This model modifies the von Mises yield potential by introducing damage which is represented by a single scalar variable, the porosity f . The plastic flow potential ϕ is written as:

$$\phi = \sigma_\star - R(p) \quad (5)$$

The effective stress, σ_\star , is defined by:

$$\Psi = \frac{\bar{\sigma}}{(1-f)\sigma_\star} + \frac{2}{3} f D \exp \left(\frac{3q}{2} \frac{\sigma_m}{(1-f)\sigma_\star} \right) - 1 \stackrel{\text{def.}}{=} \sigma_\star \quad (6)$$

where $\bar{\sigma}$ is the equivalent stress and σ_m the mean stress $\sigma_{ii}/3$. D and q are material parameters adjusted from experiments.

In order to account for the plastic anisotropy of the material, the equivalent stress $\bar{\sigma}$ is that of the anisotropic yield function defined in the previous section. This modification of the Tanguy and Besson (2002) model is purely phenomenological and is similar to that already proposed in the case of the extended Gurson model by Rivalin et al. (2001). It only affects the contribution of deviatoric stresses on the potential definition. The role of pressure (σ_m) in the modified potential remains the same as in the original Tanguy and Besson (2002) model. Damage is still assumed to be isotropic.

The plastic flow is obtained assuming normality so that the plastic strain rate tensor is given by:

$$\dot{\epsilon}^p = (1-f)\dot{\lambda} \frac{\partial \phi}{\partial \tilde{\sigma}} = (1-f)\dot{\lambda} \frac{\partial \sigma_\star}{\partial \tilde{\sigma}} \quad (7)$$

where $\dot{\lambda}$ is the plastic multiplier.

Relation 3 which defines the effective strain rate \dot{p} by writing the equivalence of the microscopic and the macroscopic plastic dissipations must be modified as follows to take account of damage:

$$(1-f)R\dot{p} = \tilde{\sigma} : \dot{\epsilon}^p = (1-f)\dot{\lambda} \tilde{\sigma} : \frac{\partial \sigma_\star}{\partial \tilde{\sigma}} \quad (8)$$

The definition of the effective stress, σ_\star , in Eq. 6 entails that $\sigma_\star(\tilde{\sigma})$ is a homogeneous function of degree one. Then, Euler's theorem about homogeneous functions applies and $\sigma_\star = \tilde{\sigma} : \partial \sigma_\star / \partial \tilde{\sigma}$. When plastic deformation occurs, $\phi = 0$ and $R = \sigma_\star$. Then Eq. 8 gives: $\dot{\lambda} = \dot{p}$. And finally the plastic strain rate tensor is given by:

$$\dot{\epsilon}^p = (1-f)\dot{p} \frac{\partial \sigma_\star}{\partial \tilde{\sigma}} \quad (9)$$

This expression can be computed noting that for a fixed porosity, a variation of $\tilde{\sigma}$ induces a variation of σ_\star such that ϕ remains equal to zero. Therefore:

$$\delta \phi = \frac{\partial \phi}{\partial \tilde{\sigma}} : \delta \tilde{\sigma} + \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_\star} \delta \sigma_\star = 0 \Rightarrow \frac{\partial \sigma_\star}{\partial \tilde{\sigma}} = - \left(\frac{\partial \phi}{\partial \sigma_\star} \right)^{-1} \frac{\partial \phi}{\partial \tilde{\sigma}} \quad (10)$$

The parameters of this damage model are D and q . As discussed later in section 5.2, the mesh size in the loading direction, ℓ_{load} , must also be considered as a material parameter as it regulates crack growth. Those three parameters are adjusted regarding experiments. In addition, preexisting damage in the as-received material has to be identified; initial cavities and second phase particles contribute to it.

Initial cavities represent the initial void volume fraction (f_0). Second phase particles (volume fraction f_p) are considered as voids as soon as they break or separate from the matrix. This is supposed to occur regularly until a plastic deformation p_0 is reached, corresponding to the homogeneous elongation in a tensile test (about 18 %); at this point almost all particles are broken as this was observed on polished sections of broken smooth tensile specimens (Bron and Besson, 2003). The same methodology for the determination of damage kinetic from tensile tests was applied by Grange et al. (2000). Consequently, the two parameters f_0 and f_p are not adjusted but measured from the microstructure and are given in Tab. 1. Then the evolution of the porosity f is given by mass conservation modified to account for strain controlled void nucleation (Chu and Needleman, 1980):

$$\dot{f} = (1 - f) \text{tr} \dot{\tilde{\epsilon}}^p + A_n \dot{p} = \left((1 - f)^2 \frac{\partial \sigma_\star}{\partial \tilde{\sigma}} : \tilde{1} + A_n \right) \dot{p} \quad (11a)$$

$$A_n = (p < p_0) \frac{f_p}{p_0} \quad (11b)$$

This model represents nucleation of voids around second phase particles and void growth. Void sheet mechanism appearing subsequently in a slant mode of ductile tearing is not represented. However this mechanism is accounted for by indirect means when adjusting damage parameters D and q . The values of these parameters are expected to be larger than if void sheet mechanism was explicitly taken into account.

4.4 Integration of the material constitutive equations

The model was implemented in the object-oriented finite-element code Zébulon (Besson and Foerch, 1997; Foerch et al., 1997). Full details of the implementation of the yield function are given in Bron and Besson (2004). Finite strains are treated by using corotational reference frames (Ladevèze, 1980). A fully implicit integration scheme (θ -method) is used to integrate the material constitutive equations (Simo and Taylor, 1985).

The material is considered as broken when the stress tensor is equal to zero. With the modified Rousselier potential, this condition is reached when $f = 3/2D$. In practice, to help convergence, a Gauss point is considered as “broken” if $f \geq 0.95 \frac{3}{2D}$. In that case, the behavior is replaced by an elastic behavior with a very low stiffness (Young’s modulus is $E_b = 10$ MPa). A similar technique was used by Liu et al. (1994) showing convergence of the results for sufficiently low values of the Young’s modulus E_b .

5 Finite-element simulation

5.1 Mesh design and element removal

Calculations were done using quadratic elements with reduced integration. The region where the crack propagates was meshed with 20 node 3D elements (8 integration points) and far from this region, plane stress condition is used. Thus the mesh combines a 2D and a 3D part: the 2D part (plane stress) is used to load the specimen while the crack propagates in the 3D part. This technique reduces the number of degrees of freedom. Besides, due to the symmetries, only an eighth of the samples is meshed (a fourth for Kahn samples).

A post-increment procedure removes broken elements. In the case of 3D bricks with twenty nodes and eight Gauss points, it is performed when four Gauss points are broken. This is the case when, for instance, a whole plane of Gauss points is broken.

5.2 Mesh adjustment

When modeling crack propagation using continuum damage mechanics, the crack is a thin volume which height is half the element height in the case of quadratic elements. Thus crack growth is very much affected by the height of the elements in the crack region which should be considered as a material parameter (Rivalin et al., 2001; Xia et al., 1995; Skallerud and Zhang, 1999). The two other mesh dimensions only influence the accuracy of the results as a classical mesh refinement. Indeed the crack growth is also controlled by the damage parameters D and q . The mesh size only affects the behavior in the crack region but the damage parameters modify the behavior in the whole sample. Thus an optimal mesh size should allow the use of the same set of damage parameters for all stress/strain conditions.

Previous publications show that the order of magnitude of the mesh size should be the inter-particle spacing (Rousselier, 1987; Brocks et al., 1996; Steglich and Brocks, 1998; Gullerud et al., 2000). The mean second phase particle spacing \bar{d} is estimated from the particle density n_s (number per surface unit) given in Tab. 1 by assuming a triangular arrangement: $\bar{d} = [2\sqrt{3}/(3n_s)]^{1/2}$. \bar{d} is given for both materials in Tab. 2. Such small characteristic lengths (less than 50 μm) lead to huge finite-element problems for large crack propagation simulations. Therefore, to solve this problem, the mesh size was fixed based on considerations regarding the computation time and the required memory (the simulations should run on a computer with one gigabyte memory).

Table 2

Mesh-sizes used in the finite-element simulations in the loading (load.), propagation (prop.) and thickness (thick.) directions. n_{thick} is the number of elements in the thickness (half thickness because of the symmetry).

material	\bar{d} (μm)	$\ell_{\text{load.}}$ (μm)	$\ell_{\text{prop.}}$ (μm)	$\ell_{\text{thick.}}$ (μm)	$n_{\text{thick.}}$
202407tn	19	95	119	198	4
202415tn	35	175	219	290	3

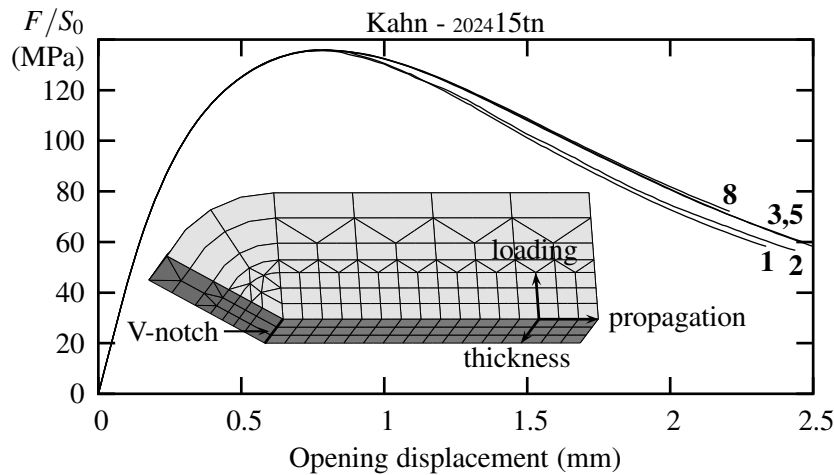


Fig. 6. Influence of the number of elements in the thickness direction (n_{thick}). Detail of the fine meshed region in a Kahn specimen with $n_{\text{thick}} = 3$.

Thus, in the following, the height of the elements in the crack region has been fixed to $5\bar{d}$: five times the mean second phase particle spacing. The mesh size in the propagation direction is 1.25 times bigger and about 1.9 times bigger in the thickness direction. This was found a good compromise between accuracy and problem size. The resulting mesh sizes are given in Tab. 2.

As the mesh size is too large, it is not possible to adjust damage parameters to fit tests on all specimen geometries. Nevertheless, since the scope of this work is the simulation of crack propagation, the damage parameters were adjusted for this purpose only. In particular, the optimization is carried out for the propagation in Kahn specimens but it should also give good results in M(T) and EV simulations because they all develop the same level of mean stress. On the contrary, when the mean stress is lower (i.e. when the notch is not so sharp as in the EUr specimens) the damage parameters are expected to give poorer results.

Fig. 6 shows the influence of the number of elements (i.e. the mesh size) in the S direction on a Kahn simulation for material 202415tn. Because of symmetries, it corresponds to the half thickness of the specimen. The convergence is reached as soon as there are three elements in the S direction which indicates that it has only a small influence on crack growth. Then, the number of elements in this direction is deliberately small.

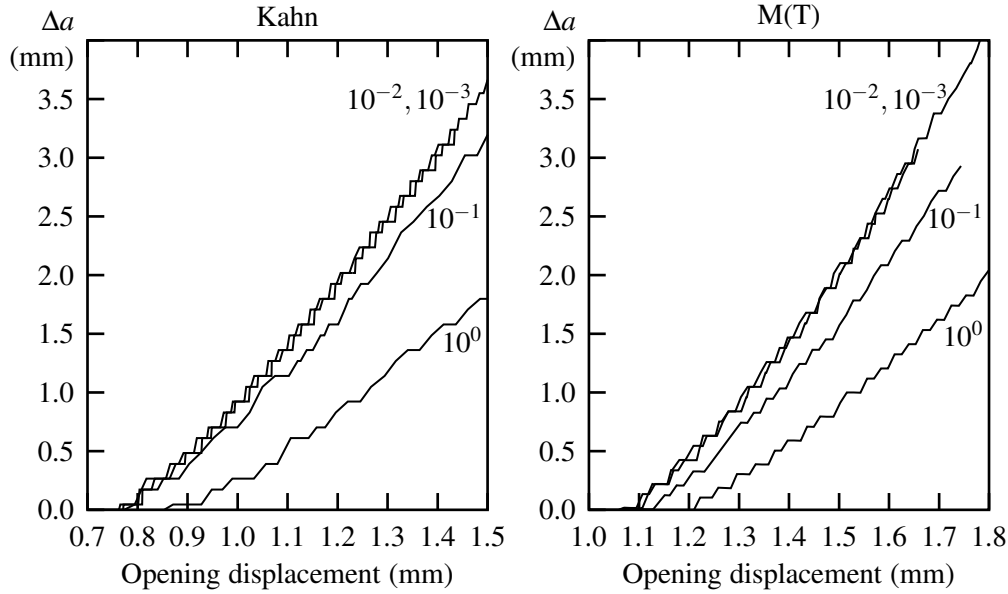
Experiments show that crack initiates with a flat triangle and propagates in a slant mode of ductile tearing. Modeling of the transition from the flat to the slant mode lies beyond the scope of this study because it requires a much finer mesh over a larger height: the height of the fine meshed region should be of the order of magnitude of the half thickness. The relatively coarse mesh used here restricts crack fronts to the flat mode throughout. But the focus lies here on numerical-experimental comparisons of crack extensions in the propagation stage. The same problem was encountered by other authors (Roychowdhury et al., 2002; Besson et al., 2001). Adjusted parameters D and q are then essentially representative of propagation in the quasi-steady state regime (i.e. slanted). Description of the crack initiation (triangle) will presumably be poor. In addition, D and q depend on the chosen mesh size. For instance, decreasing ℓ_{load} would result in a lower value for the adjusted D or q .

5.3 Convergence

Another topic is of the highest importance: the convergence control with respect to the mechanical equilibrium. The residual evaluates the difference between the external and the internal forces. Ideally it should be zero. In practice it should be bounded in the sense of a norm to be defined. Commonly the residual is computed as the euclidean norm of the difference between external and internal forces and it is maintained smaller than a fixed fraction of the norm of the external forces. With this method, a large relative error in a very small element has almost no impact on the residual because the corresponding forces are very small. But the accuracy of the solution in such elements influences directly the crack growth because those small elements are used in the crack region. So the euclidean norm was replaced by the infinite norm and the maximum residual was fixed to a fraction of the smallest element surface perpendicular to the loading direction times the ultimate tensile strength (UTS) because this quantity is of the order of magnitude the maximum nodal forces:

$$r = \max_{i_{\text{dof}}} |F_{i_{\text{dof}}}^{\text{ext}} - F_{i_{\text{dof}}}^{\text{int}}| \leq \eta \times \ell_{\text{prop.}} \ell_{\text{thick.}} UTS \quad (12)$$

The parameter η was adjusted to the largest value for which the convergence is obtained with respect to both crack growth and force. As shown in Fig. 7, the convergence of the solution is achieved for $\eta = 10^{-2}$. Note that when $\eta = 1$, the residual r is still very small regarding the macroscopic load in particular in the case of the M(T) specimen.

Fig. 7. Influence of η on the crack growth

6 Parameter adjustments

The use of the model requires the determination of numerous unknown parameters related to: (i) the assumed isotropic elastic behavior (Young's modulus E and Poisson's ratio ν), (ii) the plastic hardening of the matrix (R_0 , K_0 , K_1 , k_1 , K_2 and k_2 according to Eq. 4), (iii) the plastic anisotropy (a , α , b^{1-2} , and c_{1-6}^{1-2} in accordance with Eq. 1 and 2) and (iv) the damage (D and q as set out in Eq. 6).

The elastic properties are quickly determined from the elastic part of the smooth tensile tests. Then a first adjustment of the plastic hardening and the anisotropy is performed by using an elastic-plastic model. This is described in details by Bron and Besson (2004) for material 202415tn (this material is referred to as 2024-T4 in the publication). Afterwards the elastic properties (E and ν), the yield stress (R_0) and the anisotropy (a , α , b^{1-2} , and c_{1-6}^{1-2}) remain fixed but damage is introduced. The measured void volume fraction f_0 is used as initial porosity and a void nucleation of f_p controlled by the plastic deformation is added to the model as shown in Eq. 11. The plastic deformation p_0 when the void nucleation stops is identified so that it corresponds to an elongation of 18 % in a simple smooth tensile test. Note that the definition of the equivalent plastic deformation depends on the definition of the equivalent stress (i.e. the yield function). As the yield function parameters are different for both materials, their plastic deformation cannot be compared. Standard values of the modified Rousselier model parameters $D = 2$ and $q = 1$ are used here. As p_0 is almost independent of D and q , it can be kept constant in the following when optimizing damage parameters. However, $f_0 + f_p$ is high enough to influence the uniaxial tensile curve opposite to what happens in steels which have very low second phase particle content (see e.g. Rivalin et al.

(2001)). Since the load is reduced by the introduction of damage, it is necessary to re-identify the hardening parameters K_0 , K_1 , k_1 , K_2 and k_2 .

Finally, the damage parameters D and q are optimized to fit the load-opening displacement curve in the case of the Kahn specimen. For each tested couple (D, q) , the hardening parameters are re-identified so that the load level at the beginning of smooth and notched tests matches the experiments. Then the Kahn simulation is performed for a long crack propagation. As this is a structure calculation with a relatively fine mesh over a large length, each iteration takes a long time. For example, it lasts about three to four hours for material 202415tn. Then a full identification cannot be done in less than one week for this material. As finite mesh sizes fail to represent exactly high stress/strain gradients at crack tips, especially when the crack is very sharp as in EV, Kahn and M(T) specimens, standard values of damage parameters lead to underestimated void growth and crack propagation. For this reason, if a realistic crack growth rate is desired, void growth must be promoted by using higher values of D and/or q . This is why the optimized value of $D = 4.6$ is high (reference value is 2). It should suit all sharp notched specimens (EV, Kahn and M(T)). In U-notched samples, on the contrary, the stress/strain state is more homogeneous and thus less mesh size dependent. Then, due to the high value of D , void growth should be too much promoted.

For material 202407tn, as the mesh size is about half that of material 202415tn, the identification is much longer. Because of this drawback, a different approach is proposed for this material. The main differences between both materials are already taken into account by the measured volume fraction of voids and second phase particles and by the mesh size proportional to the inter-particle spacing (Steglich and Brocks, 1998). As the two grades are part of the same alloy family, this suggests that the same damage parameters D and q could be used for both materials. It means that particles and voids have the same detrimental effect in both materials and the difference is only due to their volume fractions and spatial arrangements. This was used in the following for material 202407tn for which no damage identification was performed but the full identification of D , q and $R(p)$ for this material could be done and would probably give good results with enough computer time. However it is more interesting to test the hypothesis that D and q are independent of the material and that the mesh size is enough to control crack growth rate. Tab. 3 collects all model parameters used for both materials.

Table 3

Model parameters

a) Elastic-plastic behavior

	E	ν	R_0	K_0	K_1	k_1	K_2	k_2
202407tn	70	0.38	293	3.91	0.0780	297	0.438	11.3
202415tn	69	0.36	305	2.42	0.0577	592	0.412	16.3

b) Anisotropy

	a	α	b^1 b^2	c_1^1 c_1^2	c_2^1 c_2^2	c_3^1 c_3^2	c_4^1 c_4^2	c_5^1 c_5^2	c_6^1 c_6^2
202407tn	18.2	0.734	18.2	1.009	0.998	0.920	0.959	1	1
			18.2	0.742	0.594	1.277	1.183	1	1
202415tn	18.2	0.734	18.2	1.011	1.023	0.941	0.950	1	1
			18.2	0.797	0.646	1.276	1.188	1	1

c) Damage

	D	q	f_0	f_p	p_0	$\ell_{\text{load.}} (\mu\text{m})$
202407tn	4.6	1	1.2×10^{-3}	13×10^{-3}	0.160	95
202415tn	4.6	1	1.6×10^{-3}	3.7×10^{-3}	0.157	175

7 Results

7.1 Buckling effect in $M(T)$ specimens

Testing large and thin $M(T)$ specimens is difficult because of buckling (Roychowdhury et al., 2002). As described in section 3.1 an anti-buckling device is used but its two rigid plates affixed to the central region of the specimen cannot be squeezed too much because of friction. Consequently buckling cannot be completely avoided and the supported load is reduced.

To obtain an order of magnitude of the buckling influence, two simulations are performed:

- 1.) a calculation with a half thickness mesh and a symmetry condition in the S direction so that buckling is not allowed;
- 2.) a calculation with a full thickness mesh and no symmetry condition in the S direction so that buckling can occur. In that case, $1/4$ of the structure is meshed. Different buckling modes could appear when meshing the whole structure.

To avoid mesh size dependence and damage model influence, an elastic-plastic model is used and the crack length is set equal to the experimentally measured value. Before each increment, a procedure releases nodes to assure that the crack length is that corresponding to the same opening displacement in the experiments. The elastic-plastic behavior is optimized to match tensile and U-notched tests as described by Bron and Besson (2004). Thus the description of plasticity is very accurate everywhere apart from the crack tip where damage develops. Nevertheless, the volume where the elastic-plastic behavior is inadequate is very small and does not influence the macroscopic load (the M(T) sample is very wide).

In the case of the full thickness mesh, a very small perturbation in initial node positions is used to instigate buckling. This perturbation, Δz , is applied only in the S direction as defined below:

$$\Delta z = -\delta \cdot B \left(1 - \frac{2y}{H} \right) \cos \left(\frac{\pi x}{W} \right) \quad (13)$$

where (x, y, z) are the node coordinates in the propagation, loading and thickness directions (origin is set at the middle of the whole sample). $B = 1.74$ mm is the sheet thickness, $W = 760$ mm the width of the specimen and $H = 1030$ mm the length between the grips. The same results are obtained for $\delta = 10^{-2}$ and 10^{-3} .

The results of the simulations are presented in Fig 8. The effect of buckling is obvious as the corresponding maximum load is 40 % lower. As expected, the experimental curve lies between both simulations making acceptable the assumption that the anti-buckling device is not sufficient to prevent buckling. The simulation with the damage model is very close to that with the node release procedure which indicates that the difference with respect to experiments is really due to buckling. Nevertheless, it remains difficult to predict the exact influence of buckling when using an anti-buckling device. Thus in the following, the symmetry in the S direction is used so that buckling is not allowed.

7.2 Simulations on 202415tn material (loading in the T direction)

The simulations were carried out for all specimen types with the loading in the T direction. The results for material 202415tn are presented in Figs 9 and 10. For U-notched samples EU05, EU1 and EU2, the agreement is good as far as the overall behavior is concerned but the onset of rupture is underestimated. The good agreement for small opening displacements is due to the good hardening adjustment. For the V-notch sample EV, the agreement is good in the loading stage as well as in the propagation stage. For Kahn samples, the agreement is excellent for the load and the crack growth rate but the crack initiates slightly too late. The simulation on an M(T) specimen overestimates the load but this is due to non-simulated buckling as demonstrated in the previous section; crack growth

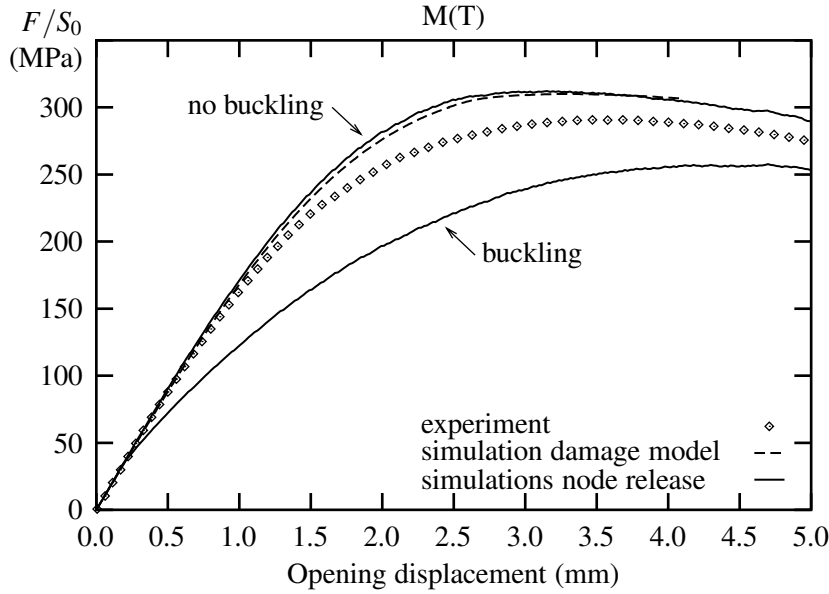


Fig. 8. Buckling effect in M(T) specimens

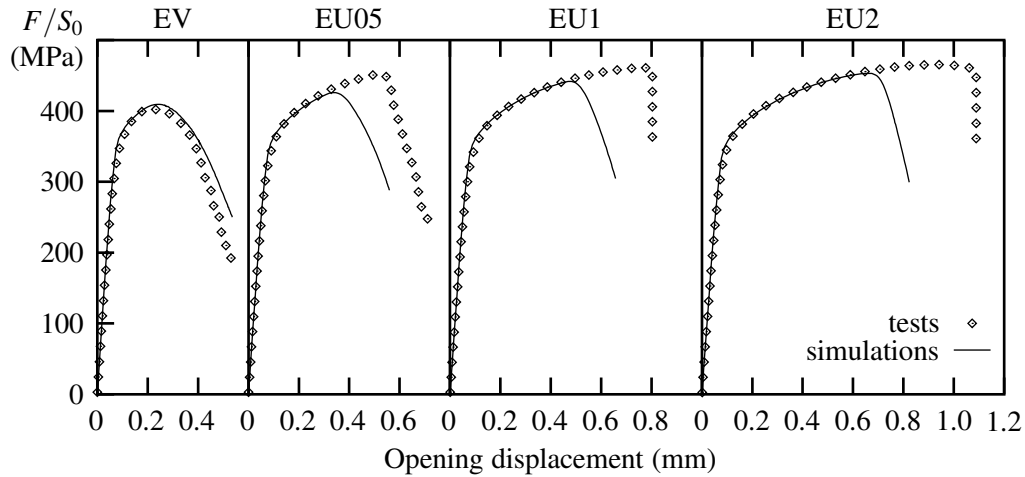


Fig. 9. Simulations on notched samples for material 202415tn; loading is in the T direction.

rate is good. As explained in section 5.2, damage parameters were adjusted to match propagation in the Kahn sample. As a consequence, all specimens with a sharp notch (EV, Kahn and M(T)) are well simulated by the model. As also expected, when the stress/strain state is more homogeneous in U-notched samples, void growth is too much promoted by high value of D and rupture arises too early.

In both M(T) and Kahn specimens, crack initiation starts slightly too late. This is attributed to the fact that the damage parameters D and q have been adjusted for the slanted crack propagation regime so that they are not adapted for flat crack initiation. Once the crack has initiated the crack growth rate is correctly predicted so that the difference between the simulated and experimental crack lengths remains constant. This difference can be separated into two contributions: (i) late crack initiation as already mentioned, (ii) crack tunneling. Fig. 11 presents both the

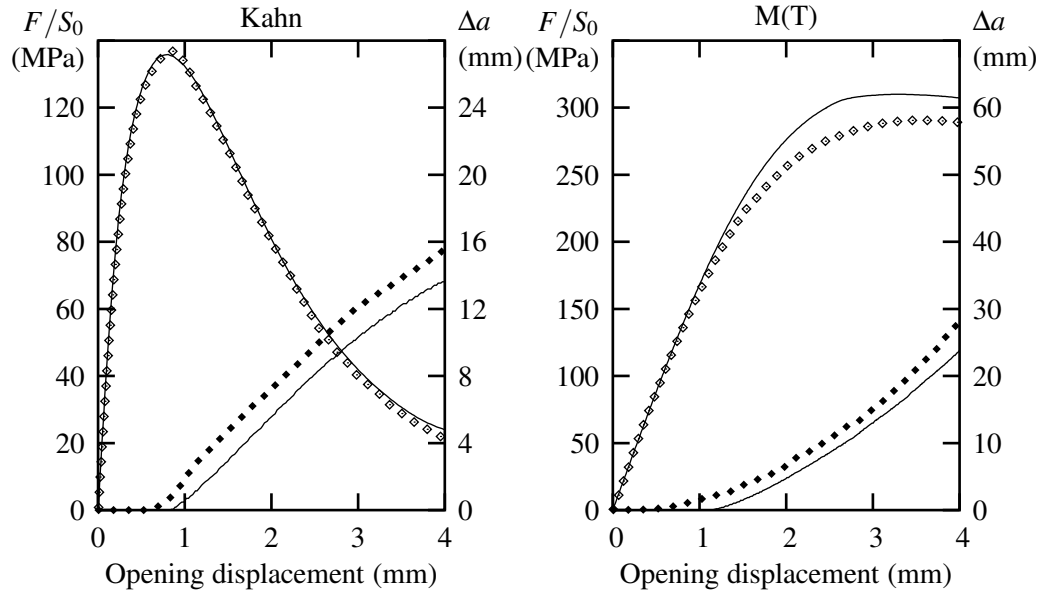


Fig. 10. Simulations on Kahn and M(T) samples for material 202415tn; loading is in the T direction. Empty symbols are used for the load F/S_0 and black symbols for the crack advance Δa .

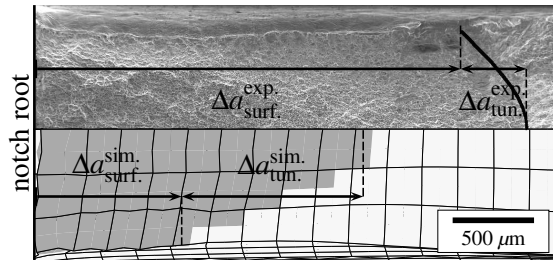


Fig. 11. Experimental and simulated crack front (dark parts of the mesh are broken) at the same opening displacement in a Kahn specimen (material 202415tn).

experimental and the simulated crack fronts at the same opening displacement (1.1 mm) in a Kahn specimen. The predicted crack tunneling depth ($\Delta a_{tun}^{sim.}$) is about 1.1 mm whereas the experimental one ($\Delta a_{tun}^{exp.}$) is equal to 0.4 mm only. The simulated crack length measured on the outer surface ($\Delta a_{surf}^{sim.}$) is about 1.7 mm too short. As experimentally evidenced by James and Newman Jr (2003), tunneling is less pronounced for slanted cracks than for flat cracks. As in the present model cracks remain flat, one could expect an overestimation of tunneling. It is also interesting to note that Roychowdhury et al. (2002) obtained a good description of tunneling in the steady state regime with a simulated flat crack propagation whereas the experimental crack was slanted. In that case, crack propagation was simulated by using a cohesive zone model which exhibits a different dependence with respect to stress triaxiality than the continuous damage model used in this study (Siegmund and Brocks, 1999).

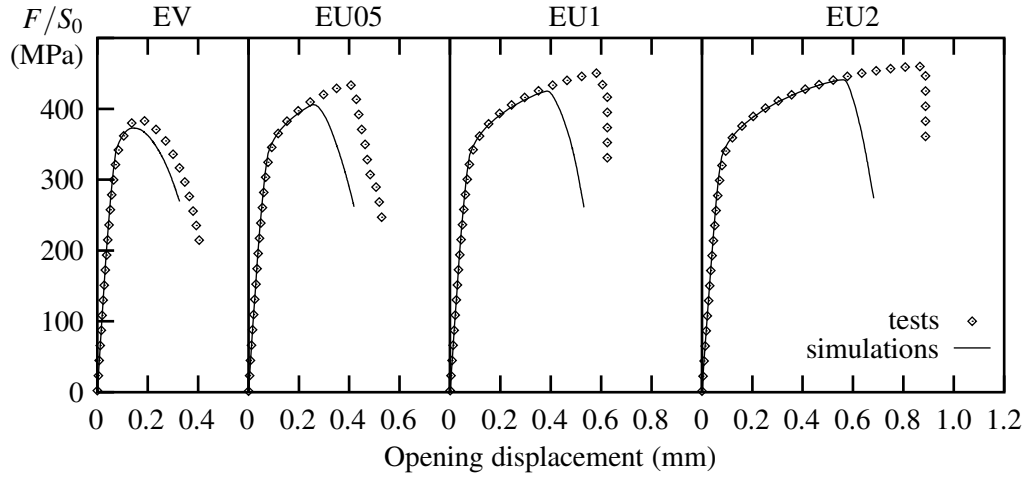


Fig. 12. Simulations on notched samples for material 202407tn; loading is in the T direction.

7.3 Simulations on 202407tn material in the T direction

The results of the simulations on material 202407tn with the loading in the T direction are presented in Figs 12 and 13. As explained in section 6, instead of adjusting the damage parameters D and q , those adjusted for material 202415tn were used. For U-notched samples EU05, EU1 and EU2, for the same reason as for material 202415tn, the onset of rupture arises too early (Fig. 12). The maximum load for the V-notched sample EV is 3 % below experiment. Crack growth in Kahn sample is very well simulated and the maximum load is only 5 % below experiment. M(T) simulation leads to a good crack growth prediction whereas the load is overestimated in the same proportion as for material 202415tn so that it can be attributed to buckling. These good results indicates that parameters D and q , optimized for material 202415tn, suit well material 202407tn. It confirms the assumption that differences between both materials can be represented by only three parameters that can be experimentally determined: the initial void volume fraction f_0 , the second phase particle content f_p and the mesh size (related to the inter-particle spacing \bar{d}). Then D and q can be considered as constant.

7.4 Comparison of L and T directions

Simulations were also performed with loading in the L direction by rotating the anisotropy reference frame. As the results are similar for both materials, only those corresponding to material 202415tn are presented in Fig. 14 for Kahn and M(T) specimens. It emerges that, as in uniaxial tensile tests (Fig. 3a), in cracking samples, the maximum supported load is higher when the loading is in the L direction. However the difference is bigger for M(T) samples than for Kahn samples. Simulations reproduce this tendency but the difference between both directions is smaller than the observed one. As the plastic anisotropy is

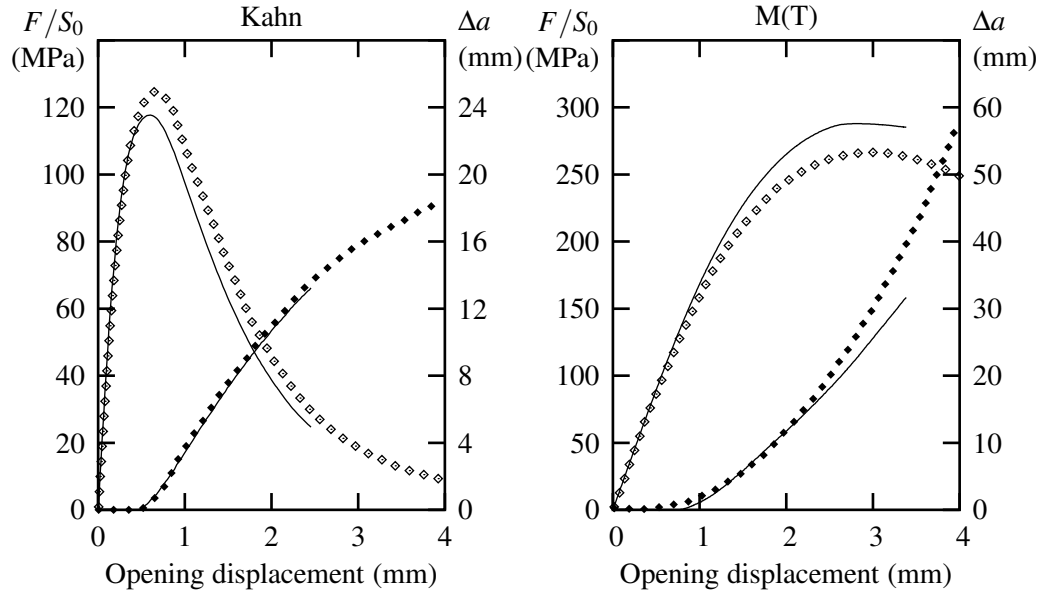


Fig. 13. Simulations on Kahn and M(T) samples for material 202407tn; loading is in the T direction. Empty symbols are used for the load F/S_0 and black symbols for the crack advance Δa .

well described by the newly developed yield function of Bron and Besson (2004), it is believed that the crack resistance anisotropy is also caused by damage anisotropy which is not accounted for by the present modeling as damage is represented by a single scalar variable. Ductile failure anisotropy can be related to the shape of the particles or voids which are at the origin of failure and/or to their anisotropic spatial arrangement. Models have been recently developed to account for these effects (Benzerga et al., 1999; Pardoen and Hutchinson, 2000; Gologanu et al., 1993). On the one hand, image analysis on polished sections of both materials proved that second phase particle dimensions in planes (L,S) and (T,S) are similar (Bron and Besson, 2003). On the other hand, rolling can affect the spatial arrangement so that the mean particle spacing along the L, T and S directions may differ. This can lead to different ductilities as void coalescence is easier when the inter-particle spacing perpendicular to the loading direction is smaller (Pardoen and Hutchinson, 2000; Benzerga et al., 2002).

8 Parametric study on 202415tn material

In the following the model is used to find material improvements that would give better material resistance either by increasing the maximum load or by reducing crack advance. Three directions are explored:

- 1.) What is the influence of the hardening law (i.e. the tensile curve)? In particular what is the influence of the yield strength, and the plastic hardening modulus?

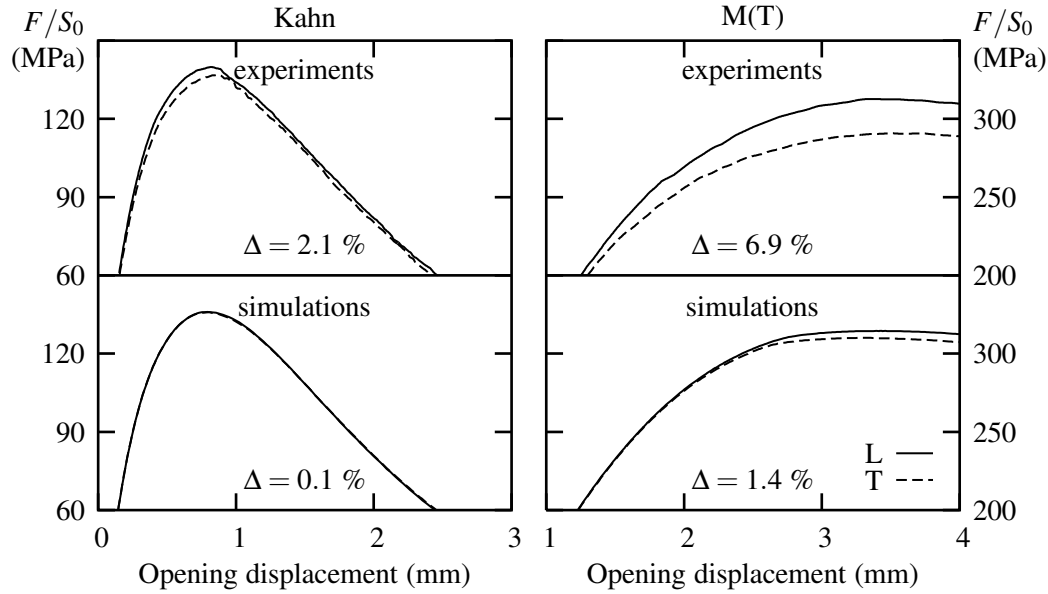


Fig. 14. Comparison between L and T directions in tests on Kahn and M(T) specimens for material 202415tn. The difference in maximum load is given for each condition (Δ).

- 2.) What is the effect of a prestrain applied to the whole sheet? Notably, if this can improve somehow the results, is there an optimal prestrain?
- 3.) How does the plastic anisotropy influence the results? In particular, if the uniaxial tensile response in the loading direction is kept constant, does plastic anisotropy influence the structural response (maximum load) and cracking?

Due to the limited allowed computer time, this study was carried out only for material 202415tn (larger mesh size).

8.1 Effect of the plastic hardening law

The effect of the hardening law was studied by modifying the tensile curve as shown in Fig. 15. The reference curve (ref.) is that of material 202415tn with the optimized model parameters given in Tab. 3. The other “materials” have the same elastic properties, anisotropy and damage parameters but the shape of the hardening law is modified. For all cases the homogeneous elongation remains the same. Materials Y^+ and Y^- have their yield strength (Y) increased, respectively decreased, by 10 %. Their ultimate yield strength is not modified so that the hardening modulus is increased for Y^- and decreased for Y^+ . Materials U^+ and U^- have the whole curve increased, respectively decreased, by 10 %, so that both yield strength and ultimate tensile strength (U) are modified. Then the hardening modulus remains almost the same.

The results of the simulations are given in Fig. 16. It appears that the crack growth rate is not affected by a global shift of the tensile curve: crack length (Δa)

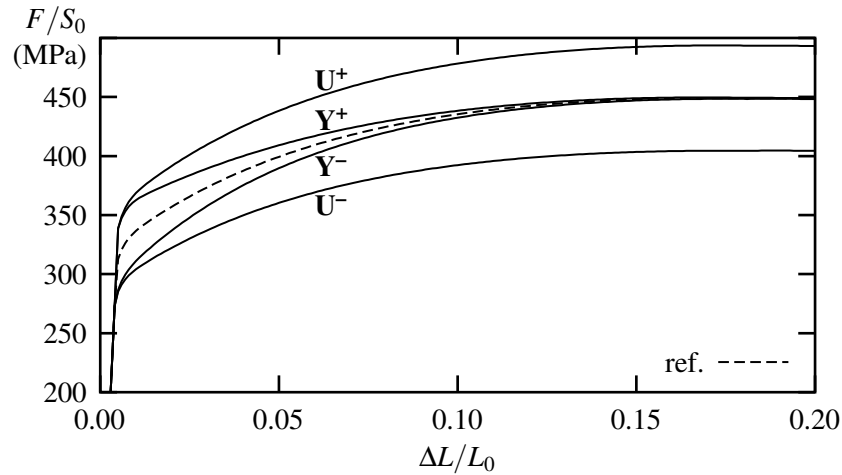


Fig. 15. The five tested hardening laws: uniaxial tensile curves in the L direction

curves of reference, U^+ and U^- materials merge. On the contrary, a higher hardening modulus (Y^-) leads to a slower crack propagation whereas a smaller one (Y^+) accelerates cracking. When the hardening modulus is smaller, the material is more instable and rupture speeds up; then that crack growth rate is higher. A higher crack growth rate reduces the macroscopic load because the unbroken ligament is smaller but this effect is combined with the modification of the hardening level. Therefore, even if Y^+ has the quickest crack advance, it has the second best maximum load. In the same way, Y^- has the lowest crack growth rate but the second lowest maximum load. Note that increasing the yield strength, while keeping constant the ultimate tensile strength, does not always increase the maximum load. When the hardening modulus is too low, crack growth is so quick that the higher flow stress cannot compensate the detrimental effect of a smaller ligament. As U^+ and U^- have almost the same crack growth rate as the reference, the macroscopic load is affected only by the hardening level and varies in direct proportion to it.

8.2 Effect of a prestrain

During the manufacturing process, it is possible to apply a deformation in the rolling direction. The effect of this “prestrain” was studied by modifying the initial equivalent plastic deformation and void volume fraction in the model. To simulate a prestrain of $x\%$, a tensile test is simulated until a longitudinal elongation of $x\%$ is reached. Then the final equivalent plastic deformation and void volume fraction (including nucleation) are used as input in the Kahn and M(T) simulations. These values are given in Tab. 4 for prestrains 0, 2, 4 and 6 %. The prestrain is always applied in the rolling direction L but the sollicitation during the cracking test is applied in the T direction.

The results of the simulations are presented in Figs 17 and 18. Some tests on prestretched sheets have also been performed. The prestrain was applied in the

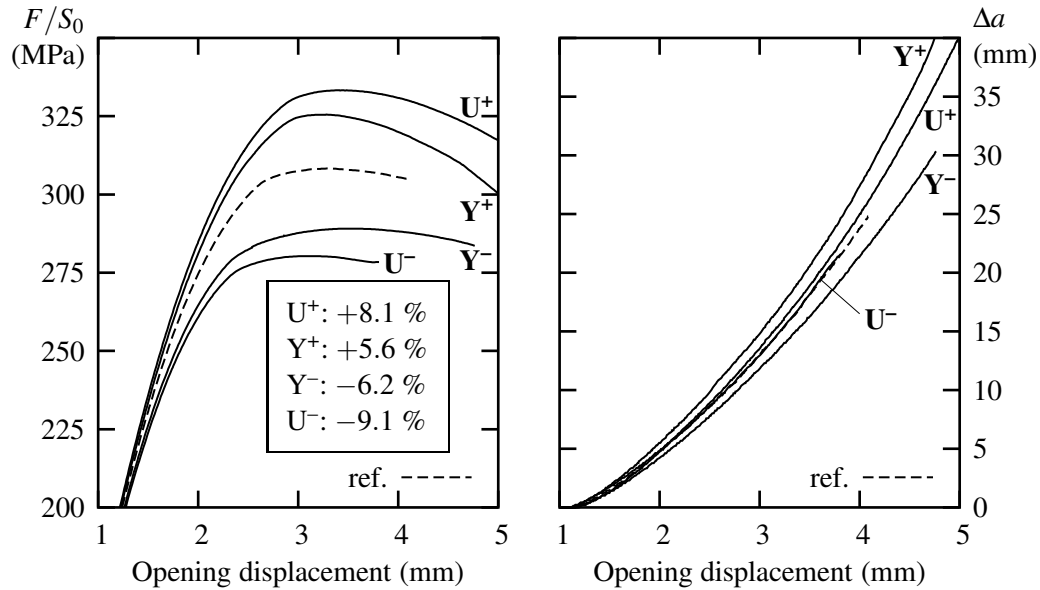


Fig. 16. Effect of the plastic hardening law for M(T) specimens; loading is in the T direction.

Table 4

Initial equivalent plastic deformation p and void volume fraction f used to simulate prestrains

prestrain (%)	p	f
0	0	1.60×10^{-3}
2	1.47×10^{-2}	2.16×10^{-3}
4	3.37×10^{-2}	2.98×10^{-3}
6	5.24×10^{-2}	3.91×10^{-3}

factory but could not be set up precisely, so its given amplitude is only indicative. The effect of the prestrain on crack growth is well reproduced: an increasing prestrain accelerates crack growth in both Kahn and M(T) specimens because the deformation and damage induced by the prestrain reduce the ductility of the material. The impact on the load is not so simple. When the prestrain increases, the load maximum is reached sooner for both geometries but the load level before the maximum increases for small prestrains and then decreases for larger prestrains. Two opposite phenomena compete: (i) the prestrain hardens the material which increases the load and (ii) the prestrain makes the crack propagate quicker which decreases the load. At low prestrains, phenomenon (i) dominates and the global load is higher whereas at large prestrains phenomenon (ii) dominates and the global load is lower. Thus an optimal prestrain exists which gives the highest load maximum. On that point, experiments and simulations differ slightly: the optimal prestrain lies between 4 and 6 % for Kahn and between 2 and 4 % for M(T) according to the simulations whereas it seems to be smaller in the experiments but tests with a lower prestrain would be required to confirm this point. Besides, for

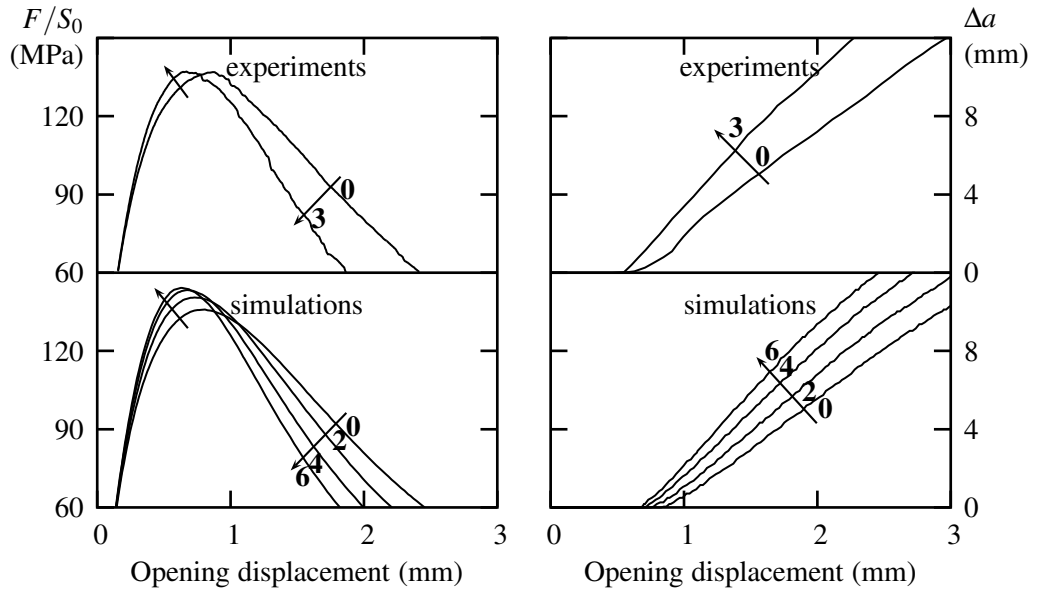


Fig. 17. Effect of a prestrain for Kahn specimens. Bold numbers indicate the applied prestrain (%). Loading is in the T direction.

both geometries, no prestrain was able to increase significantly the load maximum in experiments. This could be attributed to a kinematic hardening component because tests are performed in the T direction whereas prestrain is applied in the L direction. This is confirmed by the fact that in Kahn specimens, a 3 % prestrain applied in the L direction increases the load maximum of 0.1 % only if the test is performed in the T direction (Fig. 17) but of 2.0 % if the test is performed in the L direction. Nevertheless, the tendency is good. Finally, the difference between both geometries should be highlighted: as propagation starts well before the load maximum is reached in M(T) panels, the detrimental effect of phenomenon (ii) is felt sooner which explains why the optimal prestrain is lower in this specimen than in the Kahn specimen. Thus, it is possible to find a prestrain for which Kahn results are improved while M(T) ones become worse.

8.3 Effect of the plastic anisotropy

It was shown in section 7.4 that rupture anisotropy observed in tests on Kahn and M(T) samples was due to plastic and damage anisotropy. As only plastic anisotropy is taken into account in the model, it is proposed to evaluate its influence on the macroscopic response of M(T) samples. Four textures are tested for which the yield surfaces were identified by Bron and Besson (2004): material 202415tn previously presented, “cube” and “goss” textures and von Mises isotropic behavior. Cube and goss are strong annealing textures. For example, the Lankford coefficient (width to thickness plastic strain ratio) is more than 4 for goss texture when loading in the T direction. These examples were chosen because they are radically different from the reference material 202415tn. Ideally, a systematic study of anisotropy influence

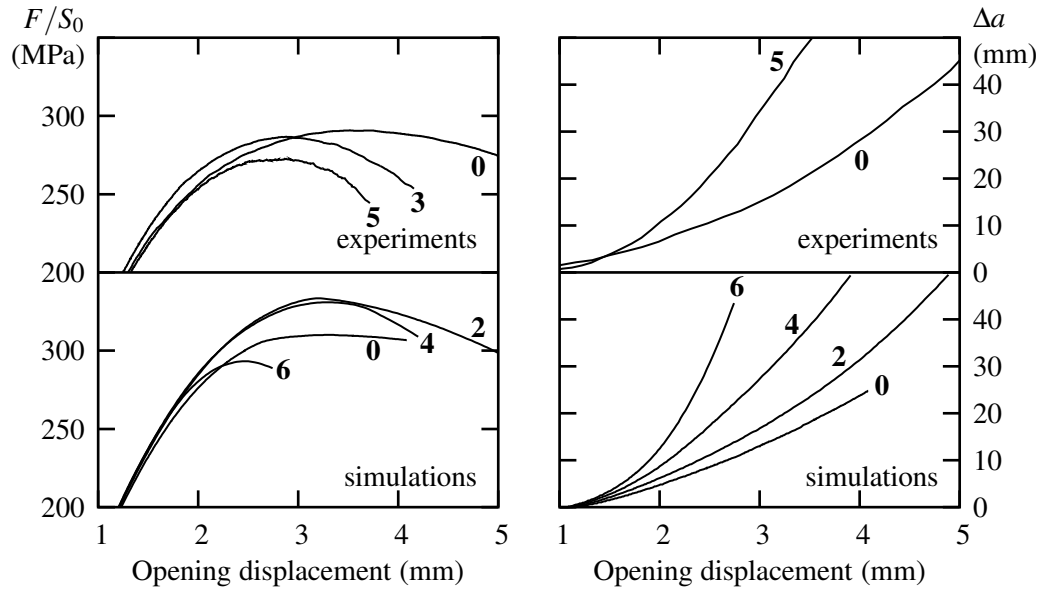


Fig. 18. Effect of a prestrain for M(T) specimens. Bold numbers indicate the applied prestrain (%). Loading is in the T direction.

Table 5

Yield function parameters for the tested textures (taken from Bron and Besson (2004)); $c_{i \geq 5}^k$ are irrelevant in thin sheets. Parameters for material 202415tn are given in Tab. 3.

texture	a	α	b^1 b^2	c_1^1 c_1^2	c_2^1 c_2^2	c_3^1 c_3^2	c_4^1 c_4^2
cube	1.00	0.644	14.4	1.100	1.112	1.106	0.830
			17.2	0.823	0.800	0.795	1.028
goss	1.74	0.760	10.3	0.661	1.220	1.229	0.837
			45.0	1.755	0.327	0.395	1.272
isotropic (von Mises)	2	1	2	1	1	1	1

irrelevant

could be done but it is clearly out of the scope of this study which is only to give an idea of the impact of anisotropy on crack propagation.

For each tested texture, the hardening parameters are identified so that a uniaxial tensile test in the T direction gives the same load-displacement curve, as the loading in M(T) simulations is applied in this direction. The damage parameters are also those of material 202415tn apart from p_0 that must be re-identified so that nucleation stops for the same elongation (18 %) in a uniaxial tensile test. This is necessary because changes in the yield function induce a different definition of the equivalent plastic deformation (see section 4.2). This assures that differences between textures can be attributed only to plastic anisotropy. The yield function parameters of the tested textures are given in 5; they were taken from Bron and Besson (2004).

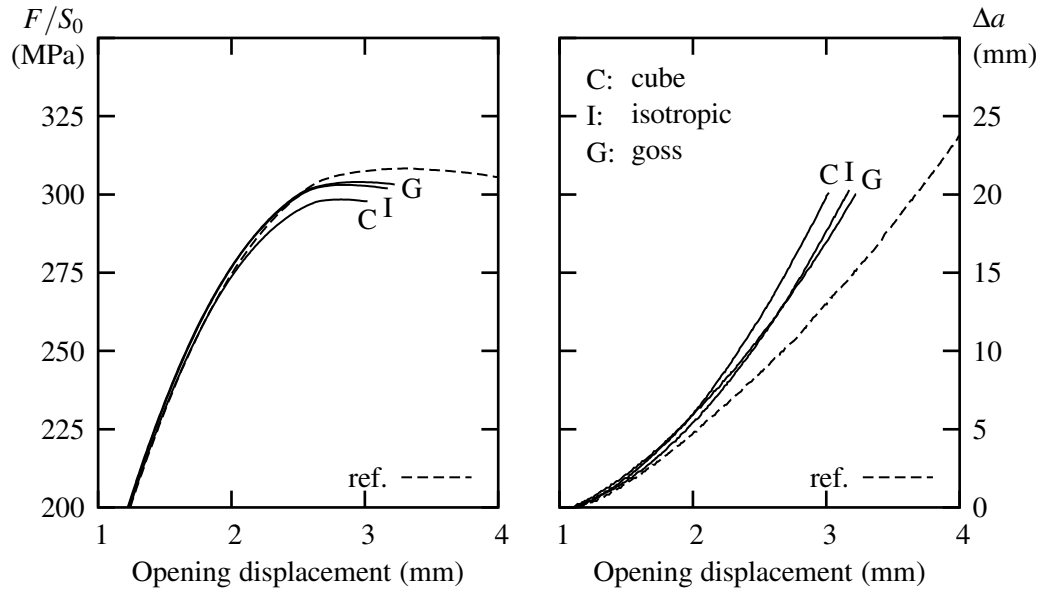


Fig. 19. Effect of the plastic anisotropy for M(T) specimens. Reference is simulation of material 202415tn. Loading is in the T direction.

The results of the simulations are presented in Fig. 19. As there is no influence of the hardening, the load level is directly related to the crack length: the smallest crack growth rate corresponds to the highest load level. Material 202415tn has the best texture, i.e. the lowest crack growth rate, and cube texture is the worst. Isotropic and goss textures give similar results in-between. Local analysis of internal variables along the ligament was performed but no correlation between any local variable and crack growth rate could be highlighted. For example, the stress ratio $\tau = \sigma_m / \sigma_*$ controls damage in the modified Rousselier model. The results give $\tau_{\text{goss}} > \tau_{\text{iso.}} > \tau_{\text{cube}} > \tau_{\text{ref.}}$, which could let imagine that crack growth rates are in the same order but, regarding this, goss and cube textures are inverted. This means that anisotropy effects are probably due to an interaction between the local behavior and the geometry that can be assessed only by a structure calculation. The difference in maximum load between material 202415tn and von Mises isotropic texture is only 1.7 % but in terms of crack growth rate (increment of crack length per increment of crack opening displacement), it reaches 26 % when $\Delta a = 20$ mm. This gives an order of magnitude of the error when performing isotropic simulations.

9 Conclusions

In this study, an extension of the Rousselier model has been used to simulate crack growth in thin sheets for two 2024 aluminum alloys. The model includes a detailed description of plastic anisotropy as well as damage nucleation on second phase particles. It is implemented in a finite element software to perform structural computations. The convergence of the simulations in terms of crack advance is

carefully checked. As the constitutive equations induce a strong softening, the mesh size is usually considered as a model parameter in the absence of a “non local” description of the material behavior (see e.g. Peerlings et al. (1996)). In that case the order of magnitude of the mesh size is expected to be equal to the inter-particle spacing (35 and 19 μm in the present case). However, a larger mesh size was fixed in order to be able to simulate crack extension over large distances (up to 40 mm). Based on this assumption, the damage and hardening parameters were adjusted to simulate stable crack propagation on Kahn specimens and the overall plastic behavior on notched bars.

The following conclusions can be drawn:

- 1.) Slant crack propagation cannot be represented using the present approach. Alternative modeling techniques such as those based on the crack tip opening angle or on cohesive zone models also fail to describe this phenomenon. It is believed that a much finer regular mesh size (of about the average inter-particle distance) would be required to reproduce it properly. New damage parameters would have to be fitted in that case.
- 2.) The present model overestimates the tunneling effect. This is consistent with a “flat” crack and it is expected that a better representation of the crack front would be obtained together with a proper representation of the slanted crack.
- 3.) The adjusted parameters can be used to simulate cracking of large M(T) panels. The agreement is good in terms of crack advance. In terms of force, the agreement is also good provided that experimental data have been corrected to account for buckling which cannot be completely avoided during testing.
- 4.) Despite an accurate modeling of plastic anisotropy, the model underestimates the differences between L and T directions. A model for ductile failure incorporating rupture anisotropy (anisotropic void shape and spacing) would be necessary.
- 5.) The model, fitted for the material containing the lowest amount of second phase particles, can be transferred to the material with the highest particle content by changing the mesh size proportionally to the ratio of the mean inter-particle distance.
- 6.) The model can be used as a numerical tool to investigate the role of different parameters which could be obtained by tuning the processing route. In this work the effects of changing hardening, prestraining or plastic anisotropy have been studied.
 - (a) A high hardening modulus delays crack extension. Increasing the yield strength while keeping the ultimate tensile strength constant leads to higher forces but faster crack advances so that an optimum has to be found depending on the property to be improved.
 - (b) Prestraining can improve the maximum force but always accelerates cracking. A good agreement is found between simulations and experiments. However the results suggest that a better description could

be obtained using kinematic hardening coupled with damage (see e.g. Mear and Hutchinson (1985) and Besson and Guillemer-Neel (2003)).

- (c) Changing the plastic anisotropy while keeping the tensile properties in the loading direction constant modifies the cracking behavior in a complex way. Three different textures (isotropic, cube and goss) have been investigated and none of them leads to an improvement with respect to the actual material. A more systematic study could be carried out to optimize the texture.

Acknowledgments

This research was supported by Pechiney CRV and the French Ministry of the Economy, Finance and Industry (ASA network) for which the authors are grateful.

References

- ASTM, 1999. E 561–98 Standard practice for R-curve determination. Annual Book of ASTM Standards 03.01, 509–521.
- ASTM, 2001. B 871–01 Standard test method for tear testing of aluminum alloy products. Annual Book of ASTM Standards 02.02.
- Bandstra, J. P., Koss, D. A., 2001. Modeling the ductile fracture process of void coalescence by void-sheet formation. *Mater. Sci. Engng A* 319–321, 490–495.
- Barlat, F., Lege, D. J., Brem, J. C., 1991. A six-component yield function for anisotropic materials. *Int. J. Plasticity* 7, 693–712.
- Benzerga, A. A., Besson, J., Batisse, R., Pineau, A., 2002. Synergistic effects of plastic anisotropy and void coalescence on fracture mode in plane strain. *Model. Simul. Mater. Sci. Engng* 10 (3), 73–102.
- Benzerga, A. A., Besson, J., Pineau, A., 1999. Coalescence-controlled anisotropic ductile fracture. *J. Engng Mater. Tech.* 121 (2), 221–229.
- Besson, J., Brocks, W., Chabanet, O., Steglich, D., 2001. Ductile rupture of aluminum sheet materials. *Eur. J. Finite Elem.* 10, 401–415.
- Besson, J., Foerch, R., 1997. Large scale object-oriented finite element code design. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng* 142 (1–2), 165–187.
- Besson, J., Guillemer-Neel, C., 2003. An extension of the Green and Gurson models to kinematic hardening. *Mech. Mater.* 35 (1–2), 1–18.
- Brocks, W., Hao, S., Steglich, D., 1996. Micromechanical modeling of the damage and toughness behavior of nodular cast iron materials. *J. Phys. IV* 6 (6), 43–52.
- Bron, F., Besson, J., 2003. Ductile rupture of two grades of 2024 aluminum alloy thin sheets. *Mater. Sci. Engng A* submitted.
- Bron, F., Besson, J., 2004. A yield function for anisotropic materials, application to aluminum alloys. *Int. J. Plasticity* 20 (4–5), 937–963.

- Bron, F., Besson, J., Pineau, A., Ehrström, J.-C., 2002. Ductile rupture of 2024 aluminum thin sheets – experimental study of damage growth and crack initiation. In: Neimitz, A., Rokach, I. V., Kocańda, D., Gołoś, K. (Eds.), *Proceedings of the 14th European Conference on Fracture (Krakow)*. Vol. I. Emas publications, Sheffield, United-Kingdom, pp. 369–376.
- Brunet, M., Morestin, F., 2001. Experimental and analytical necking studies of anisotropic sheet metals. *J. Mater. Proc. Tech.* 112, 214–226.
- Chabanet, O., Steglich, D., Besson, J., Heitmann, V., Hellmann, D., Brocks, W., 2003. Predicting crack growth resistance of aluminium sheets. *Comput. Mater. Sci.* 26, 1–12.
- Chu, C. C., Needleman, A., 1980. Void nucleation effects in biaxially stretched sheets. *J. Engng Mater. Tech.* 102 (3), 249–256.
- Dawicke, D. S., Piascik, R. S., Newman Jr, J. C., 1997. Prediction of stable tearing and fracture of a 2000-series aluminum alloy plate using a CTOA criterion. In: Piascik, R. S., Newman, J. C., Dowling, N. E. (Eds.), *Fatigue and fracture mechanics: 27th vol. ASTM STP 1296*. pp. 90–104.
- Deng, X., Newman Jr, J. C., 1999. A study of some issues in stable tearing crack growth simulations. *Engng Fract. Mech.* 64 (3), 291–304.
- Foerch, R., Besson, J., Cailletaud, G., Pilvin, P., 1997. Polymorphic constitutive equations in finite element codes. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng* 141, 355–372.
- Garrison, W. M., Moody, N. R., 1987. Ductile fracture. *J. Phys. Chem. Solids* 48 (11), 1035–1074.
- Gologanu, M., Leblond, J.-B., Devaux, J., 1993. Approximate models for ductile metals containing non-spherical voids – Case of axisymmetric prolate ellipsoidal cavities. *J. Mech. Phys. Solids* 41 (11), 1723–1754.
- Grange, M., Besson, J., Andrieu, E., 2000. An anisotropic Gurson type model to represent the ductile rupture of hydrided Zircaloy-4 sheets. *Int. J. Fract.* 105 (3), 273–293.
- Gullerud, A. S., Dodds Jr, R. H., Hampton, R. W., Dawicke, D. S., 1999. Three dimensional modeling of ductile crack growth in thin sheet metals: computational aspects and validation. *Engng Fract. Mech.* 63 (4), 347–374.
- Gullerud, A. S., Gao, X., Dodds Jr, R. H., Haj-Ali, R., 2000. Simulation of ductile crack growth using computational cells: numerical aspects. *Engng Fract. Mech.* 66 (1), 65–92.
- Hill, R., 1948. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. *Proc. Roy. Soc. London A* 193, 281–297.
- Hill, R., 1950. *The mathematical theory of plasticity*. Clarendon Press.
- James, M. A., Newman Jr, J. C., 2003. The effect of crack tunneling on crack growth: experiments and CTOA analyses. *Engng Fract. Mech.* 70 (3–4), 457–468.
- Jeong, D. Y., Orringer, O., Sih, G. C., 1995. Strain energy density approach to stable crack extension under net section yielding of aircraft fuselage. *Theor. Appl. Fract. Mech.* 22 (2), 127–137.

- Karafilis, A. P., Boyce, M. C., 1993. A general anisotropic yield criterion using bounds and a transformation weighting tensor. *J. Mech. Phys. Solids* 41 (12), 1859–1886.
- Ladevèze, P., 1980. Sur la théorie de la plasticité en grandes déformations. Rapport interne 9, LMT, ENS Cachan, France.
- Liu, Y., Murakami, S., Kanagawa, Y., 1994. Mesh-dependence and stress singularity in finite element analysis of creep crack growth by continuum damage mechanics approach. *Eur. J. Mech., A/Solids* 13 (3), 395–417.
- Mear, M. E., Hutchinson, J. W., 1985. Influence of yield surface curvature on flow localization in dilatant plasticity. *Mech. Mater.* 4 (3–4), 395–408.
- Needleman, A., Rice, J. R., 1978. Limits to ductility set by plastic flow localization. In: Koistinen, D. P., Wang, N.-M. (Eds.), *Mechanics of sheet metal forming: material behaviour and deformation analysis*. Plenum Press, pp. 237–267.
- O'Donoghue, P. E., Green, S. T., Kanninen, M. F., Bowles, P. K., 1991. The development of a fluid/structure interaction model for flawed fluid containment boundaries with application to gas transmission and distribution piping. *Comput. Struct.* 38 (5–6), 501–513.
- Pardoen, T., Hutchinson, J. W., 2000. An extended model for void growth and coalescence. *J. Mech. Phys. Solids* 48 (12), 2467–2512.
- Pardoen, T., Hutchinson, J. W., 2003. Micromechanics-based model for trends in toughness of ductile metals. *Acta Mater.* 51 (1), 133–148.
- Peerlings, R. H. J., Borst, R. d., Brekelmans, W. A. M., Vree, J. H. P. d., Spee, I., 1996. Some observations on localisation in non-local and gradient damage models. *Eur. J. Mech., A/Solids* 15 (6), 937–953.
- Rice, J. R., 1976. The localization of plastic deformation. In: Koiter, W. T. (Ed.), *Theoretical and Applied Mechanics*. North-Holland Publishing Company, Amsterdam, pp. 207–220.
- Rivalin, F., Besson, J., Di Fant, M., Pineau, A., 2001. Ductile tearing of pipeline-steel wide plates. II. Modeling of in-plane crack propagation. *Engng Fract. Mech.* 68, 347–364.
- Rousselier, G., 1987. Ductile fracture models and their potential in local approach of fracture. *Nuclear Engng Design* 105, 97–111.
- Roychowdhury, S., Roy, Y. D. A., Dodds Jr, R. H., 2002. Ductile tearing in thin aluminum panels: experiments and analyses using large-displacement, 3-d surface cohesive elements. *Engng Fract. Mech.* 69 (8), 983–1002.
- Siegmund, T., Brocks, W., 1999. Prediction of the work of separation and implications to modelling. *Int. J. Fract.* 99 (1–2), 97–116.
- Simo, J., Taylor, R., 1985. Consistent tangent operators for rate-independent elastoplasticity. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng* 48 (1), 101–118.
- Skallerud, B., Zhang, Z. L., 1999. Effects of finite element mesh on the numerical prediction of ductile tearing. In: Panontin, T. L., Sheppard, S. D. (Eds.), *Fatigue and fracture mechanics: 29th vol. ASTM STP 1332*. pp. 201–214.
- Steglich, D., Brocks, W., 1998. Micromechanical modelling of damage and fracture of ductile materials. *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct.* 21 (10), 1175–1188.

- Tanguy, B., Besson, J., 2002. An extension of the Rousselier model to viscoplastic temperature dependent materials. *Int. J. Fract.* 116 (1), 81–101.
- Thomason, P. F., 1985. Three-dimensional models for the plastic limit-loads at incipient failure of the intervoid matrix in ductile porous solids. *Acta Metall.* 33 (6), 1079–1085.
- Tvergaard, V., 1989. Material failure by void growth to coalescence. *Adv. Appl. Mech.* 27, 83–151.
- Xia, L., Shih, C. F., Hutchinson, J. W., 1995. A computational approach to ductile crack growth under large scale yielding conditions. *J. Mech. Phys. Solids* 43 (3), 389–413.

3 Analyse en courbe *R*

3.1 Introduction

Dans la section précédente, les essais et simulations sur éprouvettes M(T) étaient analysés sous la forme de courbes macroscopiques force-ouverture et longueur de fissure-ouverture. Cette section est consacrée à la transformation de ces courbes en « courbes *R* » qui sont une mesure de la résistance à la propagation de fissure ou ténacité pour les produits minces ductiles.

La notion de ténacité est capitale pour les parties d'avion soumises à un effort global de traction comme c'est le cas pour certaines parties du fuselage à cause de la pressurisation de la cabine. La courbe *R* permet aux avionneurs de dimensionner les fuselages d'avion afin que les plus grandes fissures admissibles ne se propagent pas de manière catastrophique en cas de surcharge ponctuelle due par exemple à des conditions climatiques difficiles ou à un atterrissage trop brutal. Cette approche repose sur la mécanique linéaire de la rupture qui correspond normalement à un comportement globalement élastique linéaire avec une plasticité très confinée en pointe de fissure. Il s'agit donc d'une analyse beaucoup plus rudimentaire que celle qui vient d'être présentée et seule une portion des courbes pourra être utilisée pour valider l'hypothèse de plasticité confinée. Mais cette approche, quand elle est valide, permet une analyse simple et rapide des essais. Toutefois, pour des rapports épaisseur/largeur faibles, l'apparition du flambement rend l'essai difficile et nécessite l'utilisation d'un dispositif anti-flambement dont l'incidence est difficile à évaluer.

Dans la suite, une présentation de la courbe *R* est faite au travers de la norme ASTM qui en définit les règles. Ensuite, les essais et simulations présentés dans la section précédente sont dépouillés en courbe *R*. Dans tous les cas, le chargement est appliqué dans la direction T.

3.2 Détermination de la courbe *R*

La détermination expérimentale d'une courbe *R* est régie par la norme ASTM (1999). La norme indique que la courbe *R* est un enregistrement continu du facteur d'intensité des contraintes à rupture K_R en fonction de la longueur de fissure. Dans le cas d'un matériau élastique en contraintes planes (tôles minces), le facteur d'intensité des contraintes en mode I dans une éprouvette M(T) peut être calculé par la formule suivante :

$$K = \frac{F}{WB} \sqrt{\frac{\pi a}{\cos(\pi a/W)}} \quad (3.1)$$

où F est la force, a la demi-longueur de fissure, W la largeur totale de l'éprouvette et B l'épaisseur de la tôle. La complaisance de l'éprouvette, $C(a)$, relie la force F à l'ouverture

de la fissure Δ mesurée au centre de l'éprouvette ($\Delta = C(a) \cdot F$). Elle peut être exprimée en fonction de la demi-longueur de fissure a par la relation suivante :

$$C(a) = \frac{2Y}{EBW} \sqrt{\frac{\pi a/W}{\sin(\pi a/W)}} \times \left(\frac{2W}{\pi Y} \operatorname{arccosh} \left(\frac{\cosh(\pi Y/W)}{\cos(\pi a/W)} \right) - \frac{1+\nu}{\sqrt{1 + \left(\frac{\sin(\pi a/W)}{\sinh(\pi Y/W)} \right)^2}} + \nu \right) \quad (3.2)$$

où E est le module d'Young et ν le coefficient de Poisson. $2Y = 60$ mm est la distance initiale séparant les points de mesure de l'ouverture de la fissure au centre de l'éprouvette. Cette expression n'est valide que pour $0,2 < 2a/W < 0,8$ et $Y/W \leq 0,5$.

En pratique, la complaisance dépend légèrement de la hauteur de l'éprouvette, dimension qui n'est pas fixée par la norme. On peut par exemple imaginer le cas extrême où l'éprouvette aurait une hauteur nulle : il est clair que, du fait de l'encastrement dans les mors, la rigidité est augmentée et donc la complaisance diminuée. Afin de prendre en compte l'effet de la hauteur de l'éprouvette, la norme suppose que le rapport entre complaisance expérimentale et théorique $C^{\text{exp}}(a)/C(a)$ est constant au cours de la propagation. Comme la longueur de fissure a_0 est connue dans l'état initial et puisqu'il est possible de mesurer la complaisance expérimentale initiale $C^{\text{exp}}(a_0)$ par la pente à l'origine de la courbe charge-ouverture, on peut prendre comme facteur correctif le rapport initial $C^{\text{exp}}(a_0)/C(a_0)$. On appelle cette correction la correction de « module » car elle est équivalente à une modification (fictive) du module d'Young théorique dans le même rapport. Le point délicat de cette procédure est la détermination de la complaisance initiale expérimentale car la partie linéaire de la courbe charge-ouverture est très courte. De plus c'est le domaine des faibles charges où les mesures sont les moins précises. Il en résulte que la détermination expérimentale du module est très difficile. Une erreur sur la complaisance initiale se traduit par une courbe R dont l'avancée de fissure initiale n'est pas nulle ; la courbe est donc décalée vers la gauche ou vers la droite. Ainsi, le début de la courbe est faux mais plus le facteur d'intensité des contraintes est grand, plus cette erreur diminue.

En élasticité, la perte de linéarité de la courbe force-ouverture est attribuée uniquement à la fissuration. Ainsi en inversant la formule 3.2, il est possible de faire correspondre une longueur de fissure a à toute complaisance expérimentale Δ/F . Il est ensuite facile de calculer le facteur d'intensité des contraintes à rupture K_R par la formule 3.1 (quand la fissure commence à se propager, $K = K_R$).

Cependant, ce calcul n'est valable que pour des matériaux élastiques et dans la réalité, une plasticité se développe. Quand elle reste confinée en pointe de fissure, il est possible de faire la correction de zone plastique d'Irwin (1958). Elle consiste à considérer que la fissure réelle de longueur a en milieu élasto-plastique est équivalente à une fissure

effective de longueur $a_{\text{eff.}} = a + r_Y$ en milieu élastique avec :

$$r_Y = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_R}{\sigma_Y} \right)^2 \quad (3.3)$$

où σ_Y est la limite d'élasticité du matériau. Avec ce modèle, la dimension de la zone plastifiée en pointe de fissure est $2r_Y$. Ensuite, l'analyse est conduite de la même manière qu'en milieu élastique, mais en remplaçant a par $a_{\text{eff.}}$: une inversion de la formule 3.2 permet de calculer la valeur de $a_{\text{eff.}}$ qui donnerait la même complaisance que la complaisance expérimentale. $a_{\text{eff.}}$ est ensuite utilisée pour calculer K_R par la formule 3.1. Cependant, il est important de vérifier que la taille de la zone plastique reste petite devant celle du ligament non rompu. La taille des éprouvettes doit donc être adaptée à la limite d'élasticité et à la ténacité du matériau. Pour respecter le confinement de la zone plastique, la norme préconise d'appliquer uniformément la charge macroscopique F sur le ligament de longueur $W - 2a$ et de vérifier que la contrainte qui en résulte est plus petite que la limite d'élasticité du matériau σ_Y :

$$\frac{F}{B(W - 2a)} \leq \sigma_Y \quad (3.4)$$

En pratique, il est difficile de satisfaire cette exigence avec des matériaux très tenaces car elle conduit à des tôles très larges qu'il est difficile de produire et de tester. Pourtant, ce critère n'est pas très sévère car le confinement de la zone plastique est perdu avant qu'il ne soit atteint.

La norme indique qu'il est possible de donner la courbe R en fonction de la longueur de fissure réelle calculée $a_{\text{eff.}} - r_Y$, ou en fonction de la longueur de fissure effective $a_{\text{eff.}}$. Il est donc indispensable de bien préciser sur la courbe quelle abscisse est utilisée. Dans la suite, la norme est appliquée aussi bien aux expériences qu'aux simulations considérées comme des expériences particulières et toutes les courbes sont données en fonction de $\Delta a_{\text{eff.}}$.

3.3 Utilisation de la courbe R

Dans l'hypothèse de plasticité confinée, la longueur de la fissure initiale a_0 et la largeur de l'éprouvette W n'ont aucune influence sur la courbe R . Ceci implique que W soit très grand devant a_0 . Ainsi, il est possible de tracer la courbe R correspondant à une autre longueur de fissure initiale a'_0 par un simple décalage de l'abscisse de $(a'_0 - a_0)$. Il est donc possible d'adapter la courbe R à la taille d'un défaut réel, par exemple à la longueur du plus grand défaut admissible.

Grâce à l'équation 3.1 il alors est possible de comparer le facteur d'intensité des contraintes K créé par une charge F et celui à rupture K_R donné par la courbe R . Si $K < K_R$ la fissure ne se propage pas mais dans le cas contraire, tant que $K \geq K_R$, elle se propage. S'il se trouve que, pendant la propagation, le facteur d'intensité des contraintes appliqué K redevienne inférieur à K_R , la fissure s'arrête.

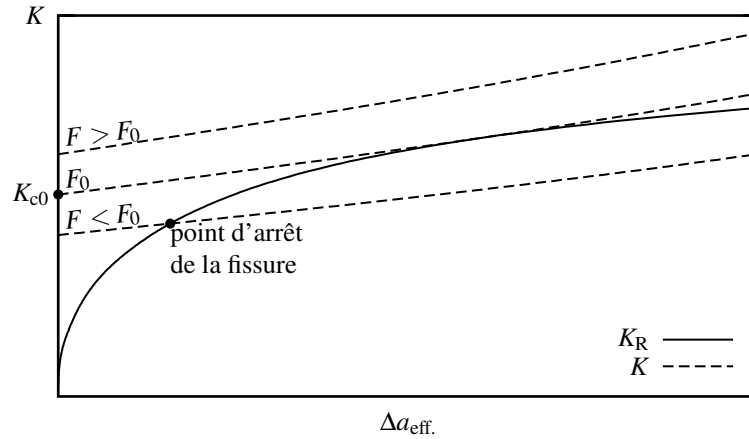


Fig. 3.1 : Application d'une charge F sur une éprouvette fissurée et comparaison du facteur d'intensité des contraintes K engendré par la charge avec le facteur d'intensité des contraintes à rupture K_R . Trois niveaux de chargement sont envisagés.

Il est donc possible de trouver la charge critique F_0 en dessous de laquelle, même si la fissure se propage, il est certain qu'elle s'arrête avant la rupture catastrophique. Cette charge critique ne devra en aucun cas être dépassée pour garantir la survie de la structure. Le facteur d'intensité des contraintes critique correspondant à cette charge et appliqué dans l'état initial ($a = a_0$) est noté $K_{c0} = K(a_0, F_0)$. La figure 3.1 montre l'effet de différents niveaux de chargement. Dans le cas $F < F_0$, la fissure se propage et s'arrête au point d'intersection des courbes K et K_R . Dans le cas $F = F_0$, les courbes K et K_R sont tangentes et quand $F > F_0$, la fissure se propage jusqu'à la rupture de l'éprouvette car K est toujours supérieur à K_R . En pratique, F_0 est égal à la charge maximale F_{\max} enregistrée pendant l'essai car si cette charge n'est pas dépassée, la fissuration s'arrête mais si elle est juste atteinte, la fissuration conduit inévitablement à la rupture. On appelle facteur d'intensité des contraintes apparent K_{app} la valeur du facteur d'intensité des contraintes correspondant à l'application d'une telle charge dans la géométrie initiale : $K_{app} = K(a_0, F_{\max})$. On a donc $K_{c0} = K_{app}$ et la différence entre les deux termes vient uniquement de la méthode de mesure : K_{app} est déterminé avec la charge maximale atteinte pendant l'essai alors que K_{c0} est déterminé en établissant une courbe de chargement tangente à la courbe R . Le tableau 3.1 rassemble les valeurs de K_{c0} correspondant aux essais et simulations présentés ci-dessous.

3.4 Comparaison essais-simulations

Les courbes R obtenues sur les matériaux 202407tn et 202415tn sont présentées avec les simulations qui leur correspondent sur les figures 3.2 et 3.3. Le flambement, non pris en compte dans les simulations, avait conduit à une surestimation de la charge. Ceci se retrouve par une surestimation du facteur d'intensité des contraintes à rupture pour les deux matériaux. Il est intéressant de noter que la perte du confinement de la zone plastique

essai 202407tn	120,5	essai 202415tn	131,7
simulation 202407tn	130,1	simulation 202415tn	140,1
U ⁻	127,4	goss	138,1
Y ⁻	131,4	Y ⁺	147,9
pré-traction 6 %	132,5	pré-traction 4 %	149,5
cube	135,6	pré-traction 2 %	150,7
isotrope	137,7	U ⁺	151,4

Tab. 3.1 : Valeurs de K_{c0} en $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ correspondant aux essais et simulations présentés ci-dessous. La deuxième partie du tableau correspond aux simulations de l'étude paramétrique qui doivent être comparées à la simulation 202415tn qui a servi de référence.

est atteinte beaucoup plus tôt sur le matériau le plus tenace. Les essais sont valides jusqu'à une avancée de fissure réelle de 30 mm pour le matériau 202407tn et seulement la moitié pour le matériau 202415tn. Ceci correspond au fait que dans le matériau le plus tenace, la propagation de fissure est retardée et la plastification peut se développer davantage. Dans la zone où l'essai est considéré comme valide, l'écart entre la longueur de fissure mesurée et calculée par la formule d'Irwin reste faible. En dehors de la zone de validité, l'écart augmente d'autant plus que le matériau est plus tenace. La valeur de K_{c0} est 9,3 % plus élevée pour le matériau 202415tn ce qui correspond à une dépendance par rapport à l'espacement inter-particules \bar{d} en $\bar{d}^{0,14}$. Hahn et Rosenfield (1975) avaient montré par un modèle simple que cette dépendance devait être plutôt en $\bar{d}^{0,5}$. Ceci montre bien l'échec des modèles simplifiés dans le cas des matériaux tenaces développant beaucoup de plasticité.

3.5 Influence de la courbe d'écrouissage

L'effet de la courbe d'écrouissage sur la courbe charge-ouverture a été étudié dans la section 2. La courbe de référence est celle correspondant à la simulation du matériau 202415tn. Les courbes Y⁺ et Y⁻ correspondent à une limite d'élasticité respectivement 10 % plus élevée et plus basse que la référence et les courbes U⁺ et U⁻ correspondent à une limite d'élasticité et une résistance mécanique respectivement 10 % plus élevée et plus basse que la référence. Ainsi U⁺ et U⁻ conservent un module d'écrouissage sensiblement identique alors qu'il est plus faible pour Y⁺ et plus élevé pour Y⁻. L'effet sur la courbe R est le même que sur la courbe charge-ouverture (figure 3.5) : un décalage de la courbe d'écrouissage induit le même décalage sur la courbe R (U⁺ et U⁻). Une augmentation de la limite d'élasticité, bien qu'elle rende le matériau plus instable, améliore sensiblement la courbe R (Y⁺) grâce à l'augmentation de la contrainte d'écoulement. Au contraire,

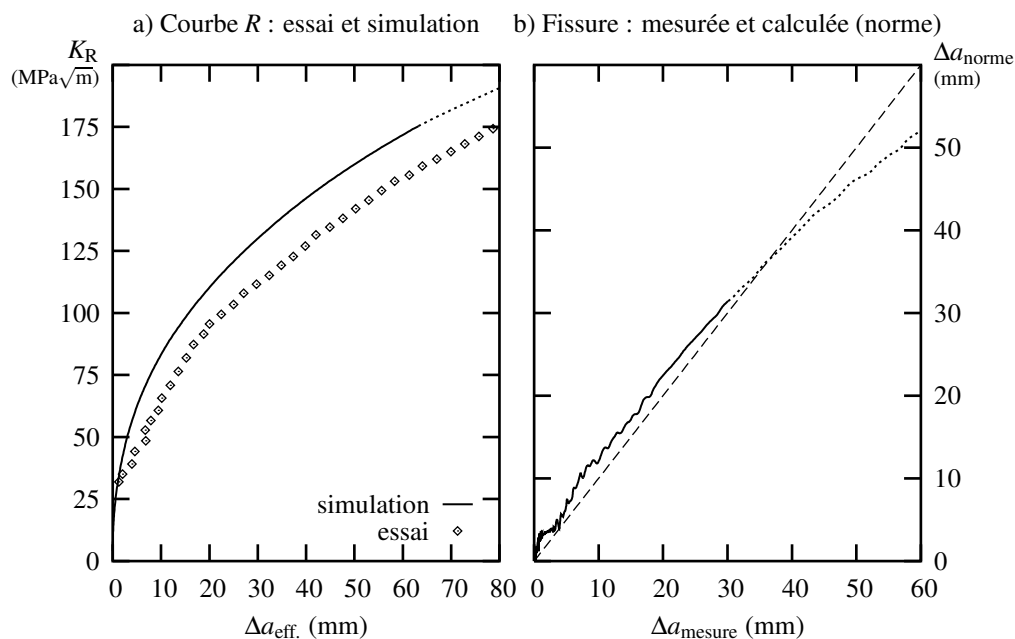


Fig. 3.2 : Résultats pour le matériau 202407tn : courbe R simulée et expérimentale (a) ; longueur de fissure expérimentale mesurée pendant l'essai et déduite de la courbe charge-ouverture par la formule d'Irwin (b). Les points remplacent les courbes quand le critère de perte de confinement de la zone plastique est atteint.

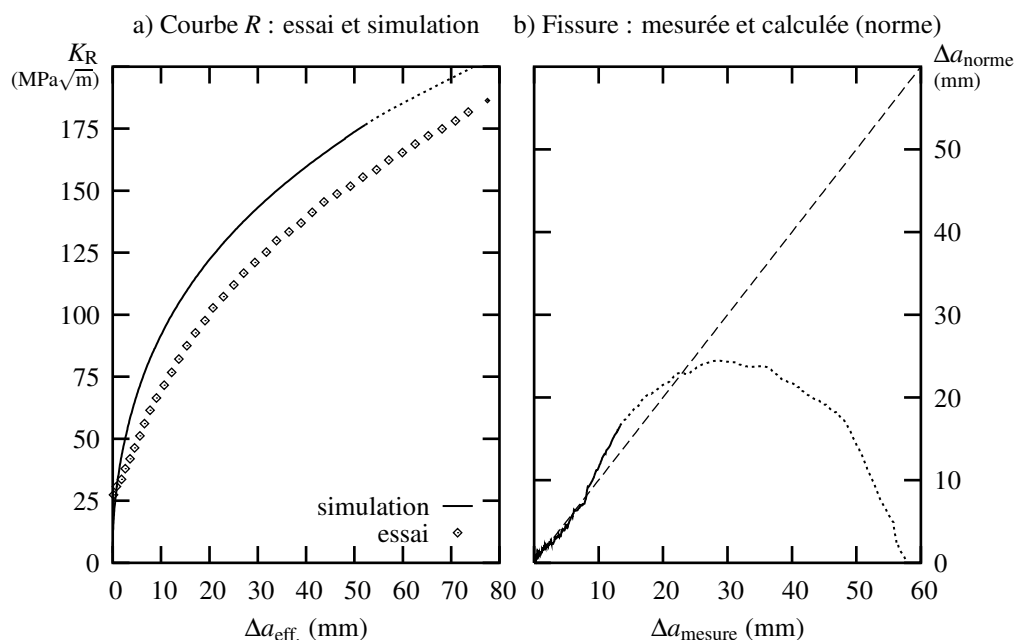


Fig. 3.3 : Résultats pour le matériau 202415tn : courbe R simulée et expérimentale (a) ; longueur de fissure expérimentale mesurée pendant l'essai et déduite de la courbe charge-ouverture par la formule d'Irwin (b). Les points remplacent les courbes quand le critère de perte de confinement de la zone plastique est atteint.

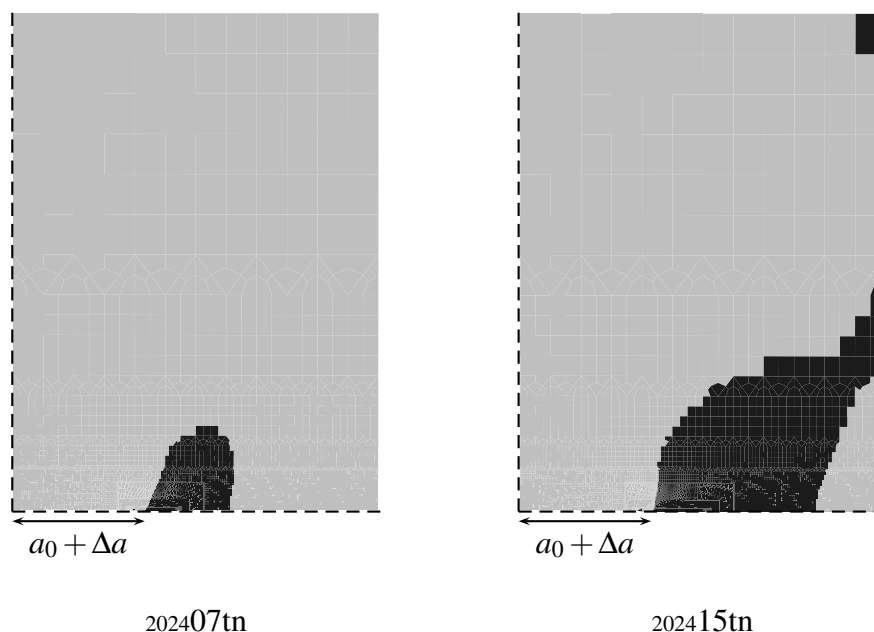


Fig. 3.4 : Étendue de la zone plastique pour les deux matériaux simulés et pour une même avancée de fissure $\Delta a = 10,3$ mm

l'effet stabilisant d'un module d'érouissage plus grand est annulé par la diminution de la contrainte d'écoulement et la courbe R est plus basse (Y^-).

3.6 Influence d'une pré-traction

L'effet d'une pré-traction des tôles a été étudié dans la section 2. Des pré-tractions dans la direction de laminage de 0, 2, 4 et 6 % suivies d'un essai sur éprouvette M(T) dans la direction T ont été simulées et comparées à des essais avec pré-traction de 0, 3 et 5 % environ. Les cas « 0 % » correspondent à l'expérience et à la simulation sur le matériau 202415tn sans pré-traction. Les résultats sont présentés sur la figure 3.6. Les simulations montrent clairement qu'une pré-traction augmente toujours K_R pour les faibles avancées de fissure : c'est la conséquence du durcissement du matériau par la pré-traction (pré-écrouissage). Cet effet bénéfique se conserve d'autant plus longtemps que la pré-traction est faible, car la fissuration, accélérée par une pré-traction, vient contrebalancer l'effet positif du pré-écrouissage. Pour les essais, la tendance est la même puisqu'une pré-traction de 3 % augmente K_R jusqu'à $\Delta a_{eff} = 80$ mm environ alors qu'une pré-traction de 5 % ne l'augmente que jusqu'à 40 mm. Ces résultats sont cohérents avec les courbes charge-ouverture données dans la section 2.

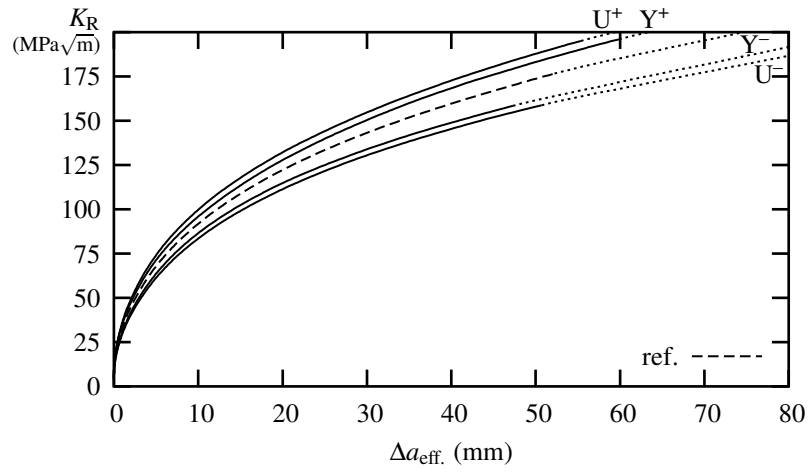


Fig. 3.5 : Influence de la courbe d'écrouissage sur la courbe R . Les courbes se terminent par des points quand la condition de plasticité confinée n'est plus vérifiée.

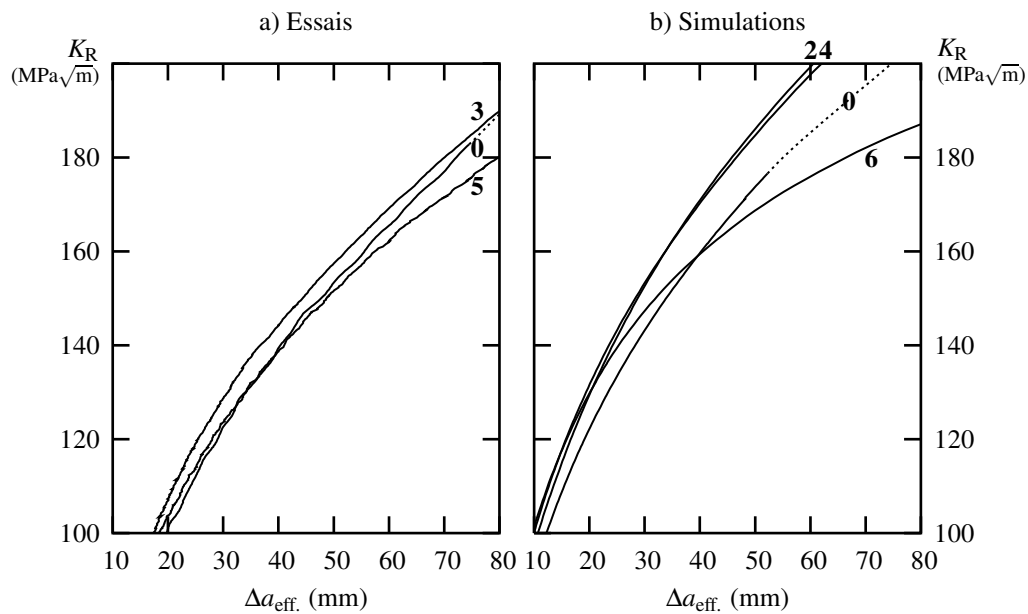


Fig. 3.6 : Influence d'une pré-traction sur la courbe R . Les courbes se terminent par des points quand la condition de plasticité confinée n'est plus vérifiée.

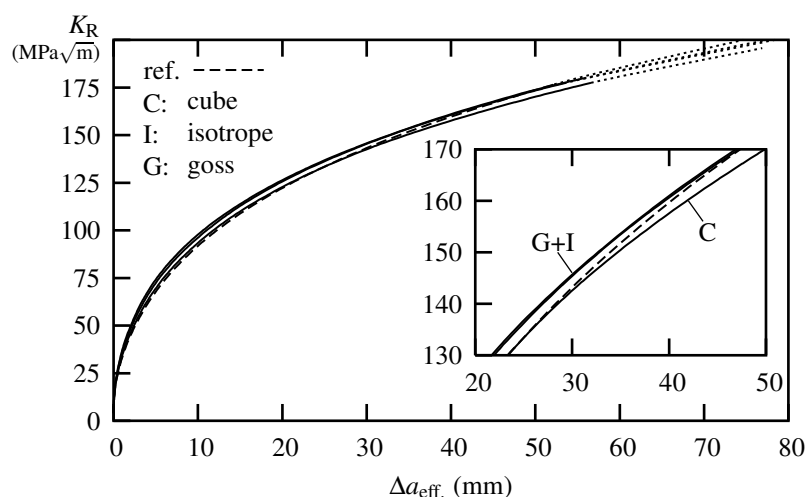


Fig. 3.7 : Influence de l'anisotropie plastique sur la courbe R : les textures, isotrope, goss et cube sont comparées à celle du matériau 202415tn prise comme référence

3.7 Influence de l'anisotropie plastique

L'effet de l'anisotropie plastique a aussi été étudié. Trois textures ont été comparées à celle du matériau 202415tn : une texture isotrope de von Mises et les textures de recuit « goss » et « cube ». Les valeurs de K_{c0} se classent dans le même ordre que les charges maximales relevées dans la section 2 puisqu'elles leur sont proportionnelles : $K_{c0}^{\text{réf.}} > K_{c0}^{\text{goss}} > K_{c0}^{\text{iso.}} > K_{c0}^{\text{cube}}$. Toutefois, les écarts relatifs sont faibles : l'écart maximal sur la valeur de K_{c0} est de 3,3 %. La figure 3.7 présente les courbes R des quatre textures où la référence correspond à la simulation du matériau 202415tn (et non à l'essai). Les courbes se classent dans le même ordre que les valeurs de K_{c0} à condition de se placer à grande avancée de fissure (au-delà du domaine de validité...). En effet c'est là que se trouve le point de tangence avec la courbe de chargement correspondant à K_{c0} . Il est intéressant de noter que la référence, qui a la plus grande valeur de K_{c0} a la plus petite valeur de K_R pour les petites avancées de fissure.

Résumé

- La déchirure ductile des tôles de fuselage est simulée par éléments finis à l'aide d'un modèle de Rousselier étendu pour tenir compte de la germination autour des particules intermétalliques et de l'anisotropie plastique.
 - La taille de maille est choisie de manière à obtenir des temps de calcul raisonnables.
 - Les différences entre les nuances sont prises en compte par : (i) la porosité initiale f_0 , (ii) la teneur en seconde phase f_p et (iii) la taille de maille proportionnelle à l'espacement inter-particules. Ces paramètres sont mesurés par analyse d'image 2D.
 - Les autres paramètres du modèle sont identifiés sur des éprouvettes de petite taille uniquement (lisses, entaillées, Kahn).
 - La rupture en biseau n'est pas reproduite.
 - Les paramètres optimisés sur petites éprouvettes sont utilisés pour simuler la déchirure des grands panneaux M(T). Il est montré que le dispositif anti-flambement n'est pas complètement efficace. Cependant, en faisant abstraction de ce phénomène, les niveaux de charge et de vitesse de fissuration sont bien simulés pour les deux nuances : la transférabilité du modèle des petites vers les grandes éprouvettes et des nuances tenaces aux nuances moins tenaces est donc assurée.
 - Malgré la prise en compte de l'anisotropie plastique, l'anisotropie de rupture dans les éprouvettes M(T) reste sous-estimée dans les simulations. Il faudrait probablement prendre en compte l'anisotropie de morphologie et d'arrangement spatial des particules.
 - Le modèle est utilisé pour étudier l'effet de la courbe d'écrouissage, d'une pré-traction et de l'anisotropie plastique sur les essais M(T) :
 - Un module d'écrouissage plus grand retarde la propagation de fissure. À résistance mécanique constante, une augmentation de la limite d'élasticité se traduit par un niveau de charge supérieur bien que la propagation de fissure soit plus rapide. Un optimum peut être trouvé, fonction de la propriété à améliorer.
 - Une pré-traction augmente la charge mais accélère toujours la fissuration. Un bon accord est observé entre les essais et les simulations.
 - En gardant constante la courbe de traction uniaxiale, un changement de l'anisotropie plastique modifie la vitesse de fissuration d'une manière complexe. Trois textures différentes ont été testées (isotrope, goss et cube) et aucune n'a donné d'amélioration par rapport au matériau 2024T3.
-

Conclusions et perspectives

1 Conclusions

Deux nuances de l'alliage d'aluminium 2024 ont été étudiées sous la forme de tôles minces. La nuance 202407tn est un alliage standard pour les applications aéronautiques exigeant une bonne tolérance au dommage. La nuance 202415tn est une version à haute pureté développée pour améliorer la tolérance au dommage. Grâce à une diminution conséquente de la teneur en fer et en silicium, la quantité de phase intermétallique est réduite de 70 %. Dans le même temps, la ténacité, mesurée par la valeur de K_{c0} sur un essai de courbe R , est améliorée de 10 %.

Des essais de traction ont été effectués sur éprouvettes lisses (TR), entaillées en U avec différents rayons d'entaille (EU05, EU1, EU2) et entaillées en V (EV). Des essais de fissuration stable ont été effectués sur des petites éprouvettes Kahn et sur de grands panneaux préfissurés M(T).

L'analyse des faciès de rupture des éprouvettes rompues a montré que l'endommagement commence par la croissance des porosités initialement présentes dans le matériau et des cavités créées autour des particules intermétalliques rompues. Ensuite, deux mécanismes peuvent conduire à la rupture : (i) une contrainte moyenne élevée favorise la croissance des cavités et la rupture intervient par striction interne entre les grosses cavités ; (ii) une contrainte moyenne plus faible conduit à un état de déformation plane dans la direction de propagation de la fissure (plan perpendiculaire à la tôle) qui entraîne la rupture par localisation de la déformation en bande à 45° avec germination d'une seconde population de cavités plus petites autour des dispersoïdes. La contrainte moyenne étant très élevée en fond d'entaille des éprouvettes fortement entaillées (EV, Kahn, M(T), EU05), l'amorçage se produit dans une zone triangulaire plate par striction interne. Dans la phase de propagation stable, la contrainte moyenne est plus faible et la fissure bascule dans un mode en biseau. Ainsi les mêmes mécanismes sont en jeu dans les petites éprouvettes Kahn et les grands panneaux M(T). Les éprouvettes faiblement entaillées (TR, EU2 et EU1) développent une assez faible contrainte moyenne conduisant à un mode de rupture totalement en biseau.

Les procédés de fabrication des tôles minces rendent le matériau anisotrope. Les critères de plasticité anisotropes existants n'ont pas permis de représenter correctement l'anisotropie plastique des tôles étudiées. Un nouveau critère a été proposé avec douze paramètres pour décrire l'anisotropie et quatre autres pour décrire la courbure générale de la surface de charge. Ce critère étant convexe et deux fois dérivable, il peut être utilisé dans un code de calcul implicite, aussi bien en deux dimensions qu'en trois dimensions. L'anisotropie des tôles 202407tn et 202415tn est très bien décrite par ce critère ainsi que celle d'un grand nombre d'autres alliages d'aluminium.

La mécanique continue de l'endommagement a été utilisée pour modéliser et simuler la déchirure des tôles minces 202407tn et 202415tn. Le modèle de Rousselier modifié par Tanguy et Besson (2002) est utilisé pour représenter la croissance des cavités. Il est étendu pour tenir compte de l'anisotropie plastique et de la germination autour des particules intermétalliques. Les paramètres du modèle d'endommagement sont la porosité initiale

f_0 , la teneur en phase intermétallique f_p , la taille de maille dans la direction de sollicitation ℓ_{load} et deux paramètres du potentiel de Rousselier modifié D et q . f_0 et f_p sont mesurées par analyse d'image sur des micrographies en deux dimensions. La taille de maille est proportionnelle à l'espacement inter-particules déterminé par analyse d'image ; elle est choisie de manière à obtenir des temps de calcul raisonnables. Les paramètres D et q sont identifiés à partir d'essais Kahn sur la tôle 202415tn. Le modèle complet est ajusté uniquement à partir d'essais sur petites éprouvettes (TR, EUr, Kahn). Le passage du matériau à haute pureté 202415tn au matériau 202407tn se fait en modifiant les paramètres d'endommagement f_0 , f_p et ℓ_{load} , D et q étant conservés constants. Le mode de rupture en biseau n'est pas représenté.

Le modèle a été utilisé pour simuler la déchirure des grands panneaux M(T). Il a été montré que le dispositif anti-flambement n'était pas complètement efficace. Cependant, en faisant abstraction de ce phénomène, les niveaux de charge et de vitesse de fissuration sont bien simulés pour les deux nuances : la transférabilité du modèle des petites vers les grandes éprouvettes et des nuances tenaces aux nuances moins tenaces est donc assurée.

Ainsi, le modèle a pu être utilisé comme outil de prédiction pour étudier l'effet de la courbe d'écrouissage, d'une pré-traction et de l'anisotropie plastique sur les essais M(T). Il a été montré qu'un module d'écrouissage plus grand retarde la propagation de fissure, mais à résistance mécanique constante, une augmentation de la limite d'élasticité se traduit par un niveau de charge supérieur bien que la propagation de fissure soit plus rapide. Une pré-traction accélère toujours la fissuration mais si la pré-traction n'est pas trop importante, le pré-écrouissage qui en résulte peut suffire à améliorer la ténacité. Enfin, en gardant constante la courbe de traction uniaxiale, un changement de l'anisotropie plastique modifie la vitesse de fissuration d'une manière complexe. Trois textures différentes ont été testées (isotrope, goss et cube) et aucune n'a donné d'amélioration par rapport au matériau 202415tn.

2 Perspectives

Différentes perspectives peuvent être envisagées. Elles peuvent être réparties en cinq domaines que sont la métallurgie, la plasticité anisotrope, l'utilisation de l'outil numérique développé, l'amélioration des techniques numériques et la modélisation du chemin de fissuration réel. Les perspectives des trois premiers domaines peuvent être envisagées immédiatement alors que celles des deux derniers ne peuvent être que des projets de long terme.

2.1 Aspects métallurgiques

En ce qui concerne la description des mécanismes de rupture, la cinétique de germination autour des particules intermétalliques pourrait être étudiée de manière plus

détaillée afin de confirmer et de préciser l'hypothèse d'une germination continue régulière au cours de la déformation plastique. Une plus grande attention devrait aussi être portée sur l'anisotropie d'endommagement puisqu'il a été montré que l'anisotropie plastique ne suffisait pas à expliquer l'anisotropie de rupture observée dans les éprouvettes M(T).

D'autres matériaux dont la rupture est due à la présence de particules intermétalliques pourraient être étudiés. Il peut s'agir d'alliages ou de traitements thermiques différents. La phase d'identification des paramètres du modèle doit être faite pour chacun des matériaux envisagés.

Rivalin et al. (2001a) ont montré que la résistance à la déchirure ductile des aciers de pipeline pouvait être améliorée en durcissant la peau des tôles. Ce principe pourrait être appliqué aux alliages d'aluminium, par exemple en effectuant un laminage de surface « skin-pass », pratiqué de manière courante pour les aciers. Des simulations pourraient confirmer ce point pour les alliages d'aluminium étudiés et un essai en laboratoire pourrait être envisagé.

2.2 Plasticité anisotrope

Le critère de plasticité anisotrope développé pourrait être utilisé avec profit pour modéliser l'anisotropie des tôles devant être mises en forme. En effet, il a été montré qu'il était plus performant que les critères existants et pouvait s'adapter à d'autres types d'alliages. Il pourrait donc permettre, par exemple, d'améliorer l'établissement des courbes limites de formage à striction localisée ou la prédiction et de la hauteur et du nombre de lobes créés sur le haut des boîtes-boisson pendant l'emboutissage et l'étirage.

2.3 Utilisation de l'outil numérique

Le modèle d'endommagement, tel qu'il a été décrit et utilisé dans cette thèse, pourrait être utilisé pour poursuivre l'étude paramétrique qu'il faudrait aussi conforter par des essais plus nombreux. Il faudrait par exemple faire la même étude d'influence de la pré-traction sur la tôle 202407tn car il est possible que la plus grande teneur en particules intermétalliques change les résultats comme semblent l'indiquer quelques essais réalisés au CRV. En effet, l'endommagement créé par la pré-traction risque d'être plus fort et de ne pas être compensé par l'effet bénéfique du pré-écrouissage. Il faudrait aussi poursuivre l'étude de l'influence de la courbe d'écrouissage pour confirmer l'hypothèse qui a été émise selon laquelle une trop forte augmentation de la limite d'élasticité, à résistance mécanique constante, détériore la courbe R .

Comme le passage des petites éprouvettes Kahn aux grandes éprouvettes M(T) a été validé, il serait possible d'étudier l'influence de la taille de l'éprouvette M(T) sur la courbe R car des essais sont aussi effectués pour des largeurs de 400 mm (760 mm pour la thèse). Pour les matériaux peu tenaces, la plasticité étant confinée, les courbes R sont censées

coïncider, mais pour la nuance tenace 202415tn, la plastification rapide de l'éprouvette doit entraîner des différences.

Enfin, il a été montré que la ténacité pouvait varier de plus de 3 % en changeant l'anisotropie plastique. Il n'est pas impossible que d'autres types d'anisotropie améliorent la ténacité. Il serait donc intéressant de faire une étude plus systématique de l'influence de l'anisotropie plastique en se basant sur des textures réalisables pendant la fabrication.

2.4 Amélioration des techniques numériques

Le modèle présenté conduit à des calculs relativement longs. La simulation d'un essai sur éprouvette M(T) dure entre trois semaines et plusieurs mois en fonction de la longueur de fissuration souhaitée et de la taille de maille utilisée. Pour faire une étude paramétrique à grande échelle, il faudrait impérativement réduire ce temps de calcul. La première voie d'amélioration est la parallélisation de l'algorithme de résolution. Dans le code Zébulon de l'École des Mines de Paris utilisé pour cette thèse, seule la procédure qui enlève les éléments cassés n'est pas encore parallélisée. La deuxième voie d'amélioration est l'utilisation d'un algorithme de remaillage adaptatif. Jay (2003) a montré qu'il était possible d'utiliser à profit des méthodes adaptatives en maillage et en modèle (coques ou 3D) avec les modèles d'endommagement. Ces techniques n'étant pas encore disponibles dans le code Zébulon, il pourrait être envisagé de prévoir à l'avance un découpage par bloc du maillage dans la région de propagation. Les blocs pourraient alors passer d'une formulation 2D à une formulation 3D en fonction de l'avancée de la fissure.

La taille de maille dans la zone de fissuration doit être considérée comme un paramètre du modèle d'endommagement. Ceci est parfois considéré comme un inconvénient des modèles d'endommagement continu. Cependant, l'introduction d'une longueur caractéristique dans le modèle est indispensable mais il est possible de dissocier le problème du maillage de celui du comportement en utilisant des modèles non locaux. Il existe de nombreux modèles non locaux (Jirásek et Rolshoven, 2003) comme les modèles à gradient de variables internes où le comportement dépend des variables internes et de leur gradient (Pijaudier-Cabot et Huerta, 1991 ; Lorentz et Andrieux, 1999) et les modèles où les déformations dépendent du premier et du second gradient du déplacement (Bazant et Pijaudier-Cabot, 1988 ; Comi et Perego, 2001). Aucun modèle n'a encore véritablement émergé et les premières applications concernent essentiellement des matériaux quasi-fragiles comme le béton. De plus, il faut généralement réécrire les lois de comportement et l'intégration dans un code éléments-finis reste très complexe. Concrètement, l'utilisation de ces modèles revient à faire des moyennes sur le maillage et il faut donc en général une taille de maille encore plus fine que pour les modèles locaux pour obtenir des moyennes précises.

2.5 Chemin de fissuration

Enfin, le plus difficile reste la modélisation du mode de rupture en biseau. Les maillages utilisés pour cette thèse ne permettaient pas le basculement de la fissure en biseau car la taille des mailles était trop grande et la hauteur de maillage fin trop petite. Comme il a été indiqué dans le chapitre 3 la taille des mailles devrait être de l'ordre de grandeur de l'espacement inter-particules, c'est à dire cinq fois plus petite que celle qui a été utilisée. Besson et al. (2001b) ont montré que l'utilisation d'une taille de maille trop grande conduit à une rupture plate. Toutefois il ne suffit pas de réduire la taille de maille, il faut encore modéliser le mécanisme de localisation de la déformation en bande.

Le potentiel de Rousselier modifié, utilisé dans le chapitre 3, est un modèle de croissance de cavités, mais en identifiant les deux paramètres D et q à partir de la phase de propagation stable dans les éprouvettes Kahn, il représentait en fait implicitement les deux phases successives de croissance des cavités et de rupture par localisation de la déformation en bande. Une voie d'amélioration pourrait être de représenter la localisation de la déformation par un autre modèle et de réserver le modèle de croissance uniquement à la croissance des cavités. On peut par exemple activer de la germination de cavités pour endommager rapidement le matériau quand un critère de localisation est atteint. Au cours de la thèse, une telle modélisation a été tentée avec un résultat mitigé.

Une première tentative a été faite avec le potentiel de Rousselier (1987) comme modèle de croissance. Ce potentiel est donné par :

$$\phi = \frac{\bar{\sigma}}{(1-f)} + D_1 \sigma_1 f \exp\left(\frac{\sigma_m}{(1-f)\sigma_1}\right) - R(p) \quad (1)$$

où D_1 et σ_1 sont deux paramètres du matériau à ajuster. L'indicateur de localisation était simplement un niveau élevé de déformation plastique et une germination de cavités était activée quand la déformation plastique était suffisamment grande. De manière arbitraire, une distribution gaussienne de Chu et Needleman (1980) a été choisie et le taux de germination qui en résulte \dot{f}_n est donné par :

$$\dot{f}_n = B_n \dot{p} \quad ; \quad B_n = \frac{f_n}{s\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(p-p_{loc})^2}{2s^2}\right) \quad (2)$$

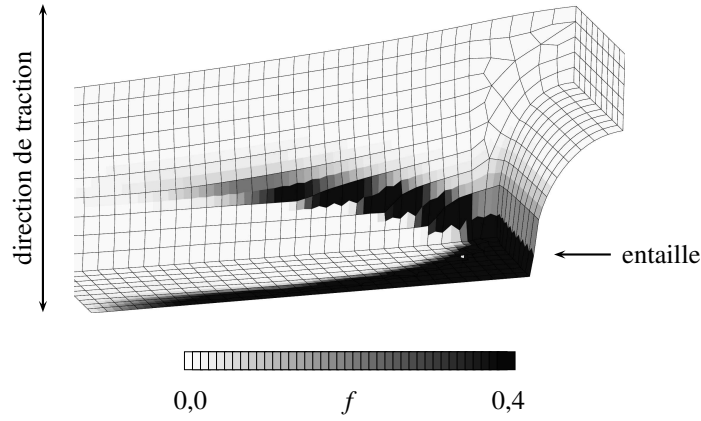
Enfin, l'endommagement initial était représenté uniquement par une porosité initiale f_0 regroupant les particules intermétalliques et les cavités.

Les paramètres du modèle sont donnés dans le tableau 1 et la figure 1 présente une carte de porosité dans une éprouvette EU05 où l'on peut observer que le triangle plat initial et le basculement en biseau sont bien représentés. Cependant, ce calcul avait été fait avec une porosité initiale six fois trop faible (valeur non connue au moment du calcul) et le même calcul effectué avec une porosité initiale réaliste a donné une fissuration plate. De plus, dans le cas des éprouvettes Kahn, la charge globale était très largement surestimée. Ce modèle n'est donc pas entièrement satisfaisant.

En fait, la localisation en bande est due à un état complexe de contrainte et de déformation qui n'est pas représenté correctement par la seule déformation plastique

D_1	σ_1 (MPa)	f_0	p_{loc}	f_n	s	ℓ_{load} (μm)
2	275	0,001	0,4	0,1	0,1	85

Tab. 1 : Paramètres du modèle avec indicateur basé sur la déformation plastique

Fig. 1 : Carte de porosité (f) dans une éprouvette EU05 (près d'une entaille) : on peut observer le triangle plat et le basculement en biseau. Un huitième seulement de l'éprouvette a été maillé.

équivalente. Pour essayer d'avoir un modèle représentant mieux le phénomène de localisation, l'analyse de Rice (1976) a aussi été utilisée. Rice a montré que dans certaines conditions, la solution d'un problème de mécanique n'est plus unique. Une solution non homogène peut apparaître avec une discontinuité de déplacement dans un plan. Cette théorie représente bien le phénomène physique qui se produit, c'est pourquoi l'indicateur de localisation de Rice a été utilisé. La condition de bifurcation est donnée par :

$$\exists \underline{n} \text{ tel que } d(\underline{n}) = \det \left(\underline{n} \cdot \underline{\tilde{L}} \cdot \underline{n} \right) = 0 \quad (3)$$

où \underline{n} est le vecteur perpendiculaire au plan de discontinuité et $\underline{\tilde{L}}$ est le module élasto-plastique tangent qui relie le taux de contrainte au taux de déformation ($\dot{\underline{\sigma}} = \underline{\tilde{L}} : \dot{\underline{\epsilon}}$). En élasticité isotrope, la valeur d_{el} de d est positive et indépendante de \underline{n} . La condition de localisation peut donc s'écrire :

$$\min_{\underline{n}} d(\underline{n}) = 0 \quad (4)$$

Comme il n'est pas possible, numériquement, d'obtenir exactement la valeur 0, on prend comme critère de localisation :

$$\min_{\underline{n}} d(\underline{n}) < r \times d_{el} \quad (5)$$

où r est petit devant 1.

Quand la condition de localisation est atteinte, une germination de cavité est activée suivant une loi favorisant la rupture en cisaillement (biseau) par rapport à une séparation

normale (rupture plate). Le taux de germination est donné par :

$$\dot{f}_n = B_n \sin(\psi) \left(\min_{\underline{n}} d(\underline{n}) < r \times d_{el} \right) \dot{p} \quad (6)$$

où ψ est l'angle entre la normale au plan de localisation et la direction de la discontinuité du déplacement.

L'indicateur de localisation de Rice a été testé conjointement avec le modèle présenté dans le chapitre 3 utilisé pour la croissance des cavités (modèle de Rousselier modifié, germination autour des particules intermétalliques et anisotropie plastique).

Une taille de maille très fine et différentes valeurs de B_n et r ont été utilisées (tableau 2) mais aucune configuration n'a permis l'obtention d'une rupture en biseau.

D	q	f_0	f_p	B_n	r	$\ell_{load} (\mu m)$
2,58	1	$1,6 \cdot 10^{-3}$	$3,7 \cdot 10^{-3}$	0,01 ou 0,02	0,01 ou 0,005	40

Tab. 2 : Paramètres du modèle avec indicateur de Rice

La modélisation du biseau reste donc un problème ouvert. A l'heure actuelle, ceux qui sont parvenus à représenter le mode de rupture en biseau (Besson et al., 2001a ; Mathur et al., 1996) n'ont pas pu représenter de manière satisfaisante les paramètres tels que la charge macroscopique ou la vitesse de fissuration. Les modèles à CTOA ou à zone cohésive (Gullerud et al., 1999 ; Roychowdhury et al., 2002) ne peuvent quant à eux représenter que le mode de rupture plate. La simulation du biseau dépasse le simple cadre de la rupture dans les alliages d'aluminium et est emblématique des défis actuels de l'approche locale de la rupture. On retrouve notamment la même pierre d'achoppement pour les aciers (Rivalin et al., 2001b). Il faut en effet réduire considérablement la taille de maille, notamment dans les alliages d'aluminium où les distances entre particules sont très faibles. Il faudra donc recourir à des techniques de parallélisation et de remaillage efficaces pour conserver des temps de calcul raisonnables. Enfin il pourra être nécessaire d'utiliser des modèles non locaux afin de s'affranchir de la dépendance de la taille de maille, notamment si le maillage change au cours du calcul suite à un remaillage.

Annexe A

Plans détaillés des éprouvettes

Les plans des éprouvettes utilisées pendant la thèse sont présentés ci-dessous. Les éprouvettes de petite taille TR, EUr, EV et Kahn ont été découpées au Centre des Matériaux par fraisage pour les éprouvettes TR, EV et Kahn, et en sous-traitance par électro-érosion pour les éprouvettes EUr. Les éprouvettes de grandes dimensions M(T) ont été découpées par un sous-traitant de Pechiney CRV. L'épaisseur des tôles n'a jamais été modifiée par l'usinage.

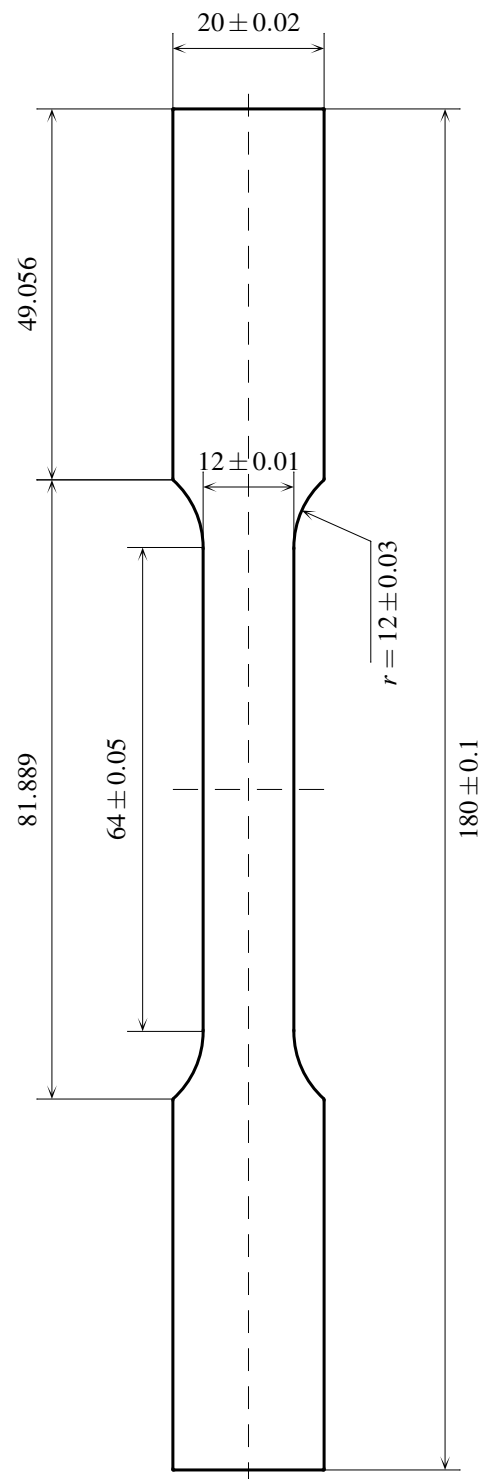


Fig. A.1 : Plan détaillé de l'éprouvette TR (dimensions en mm)

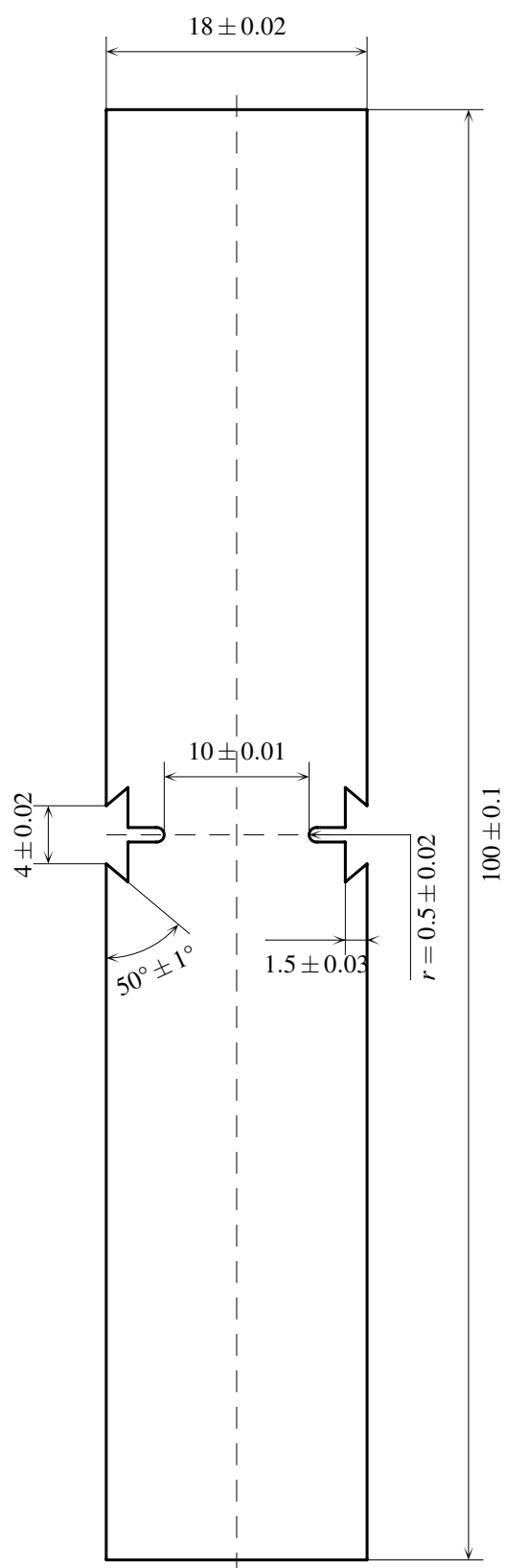


Fig. A.2 : Plan détaillé de l'éprouvette EU05 (dimensions en mm)

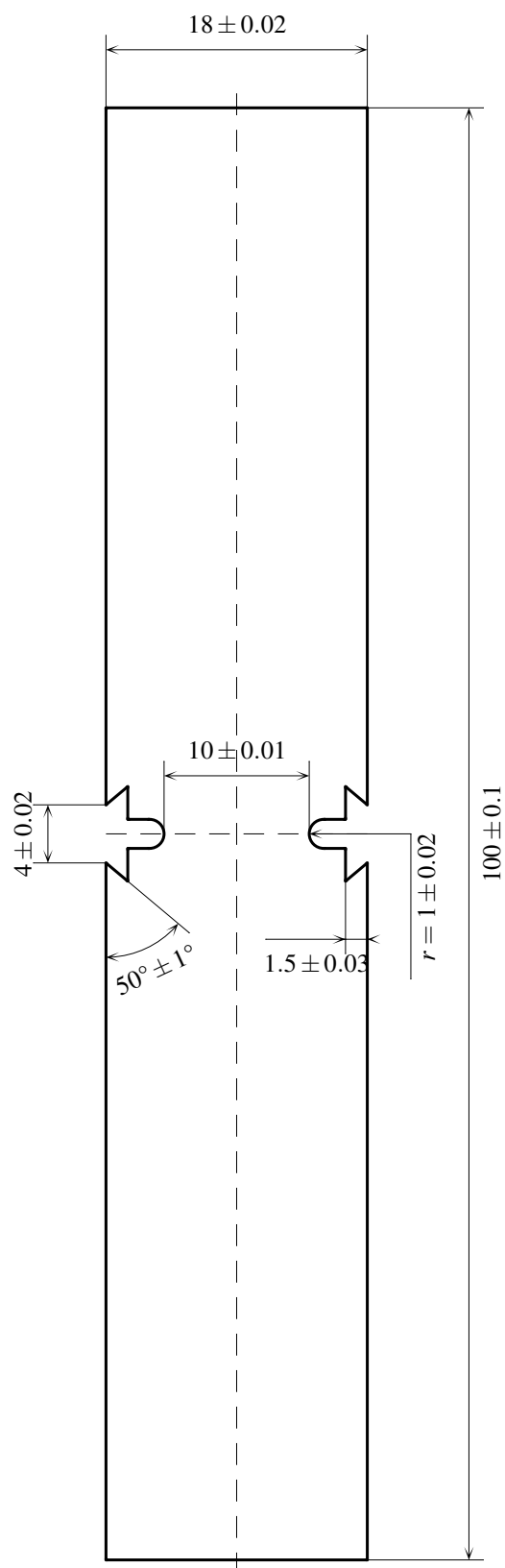


Fig. A.3 : Plan détaillé de l'éprouvette EU1 (dimensions en mm)

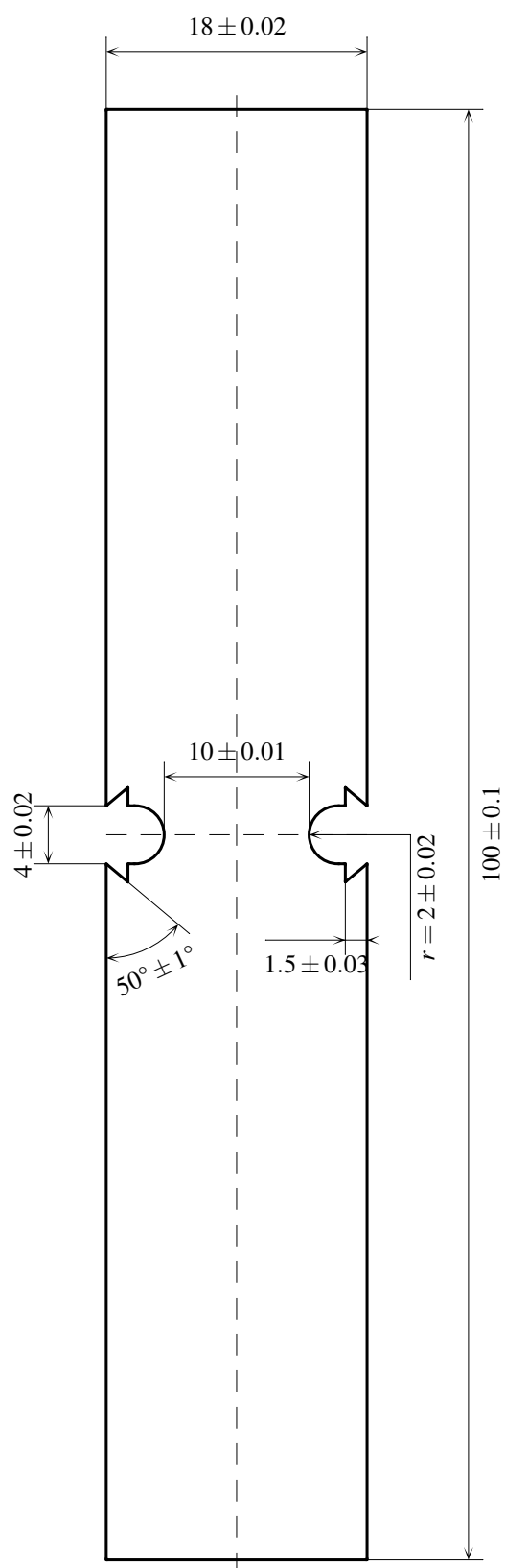


Fig. A.4 : Plan détaillé de l'éprouvette EU2 (dimensions en mm)

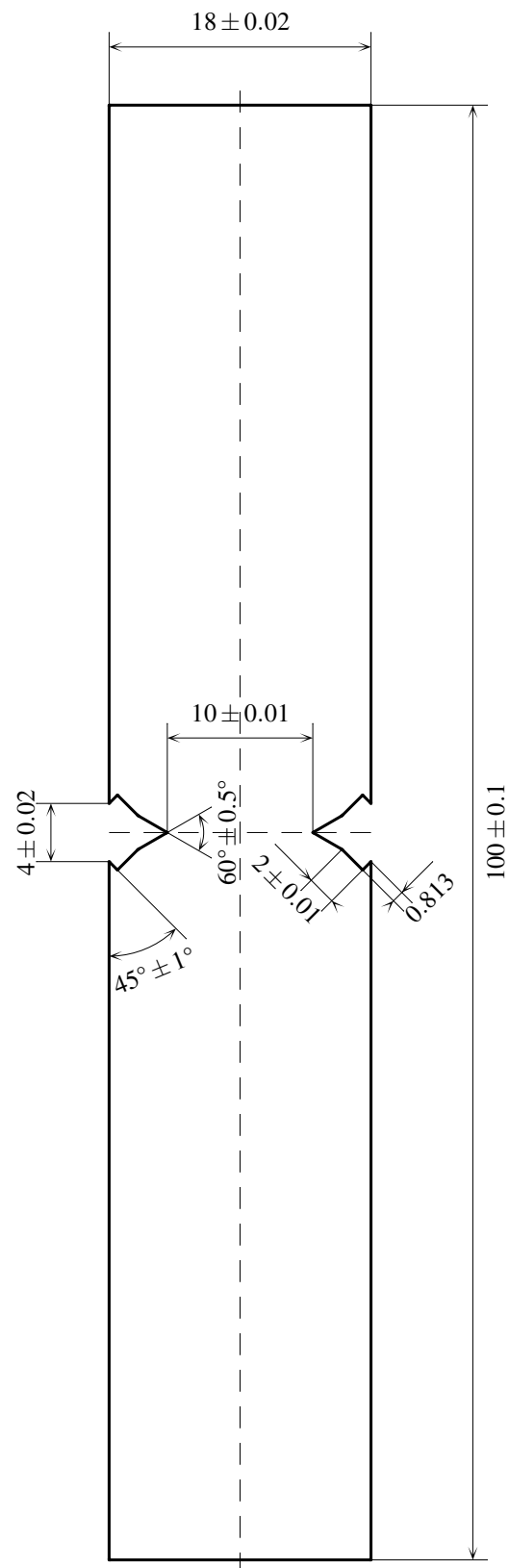


Fig. A.5 : Plan détaillé de l'éprouvette EV (dimensions en mm)

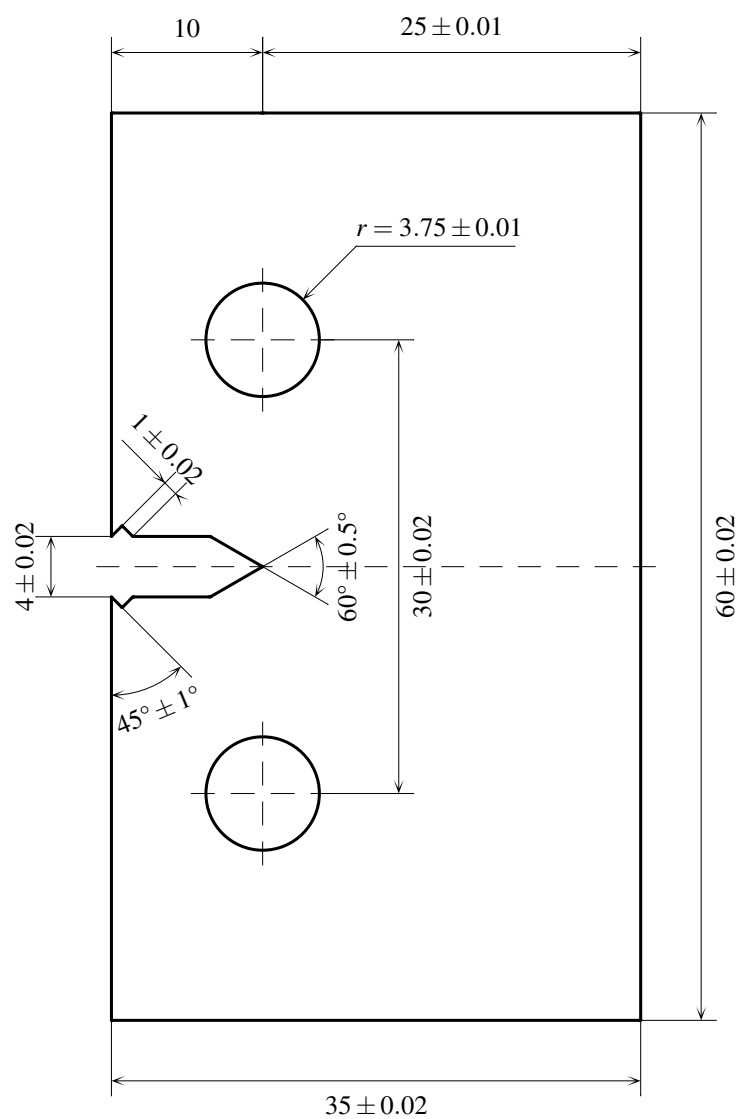


Fig. A.6 : Plan détaillé de l'éprouvette Kahn (dimensions en mm)

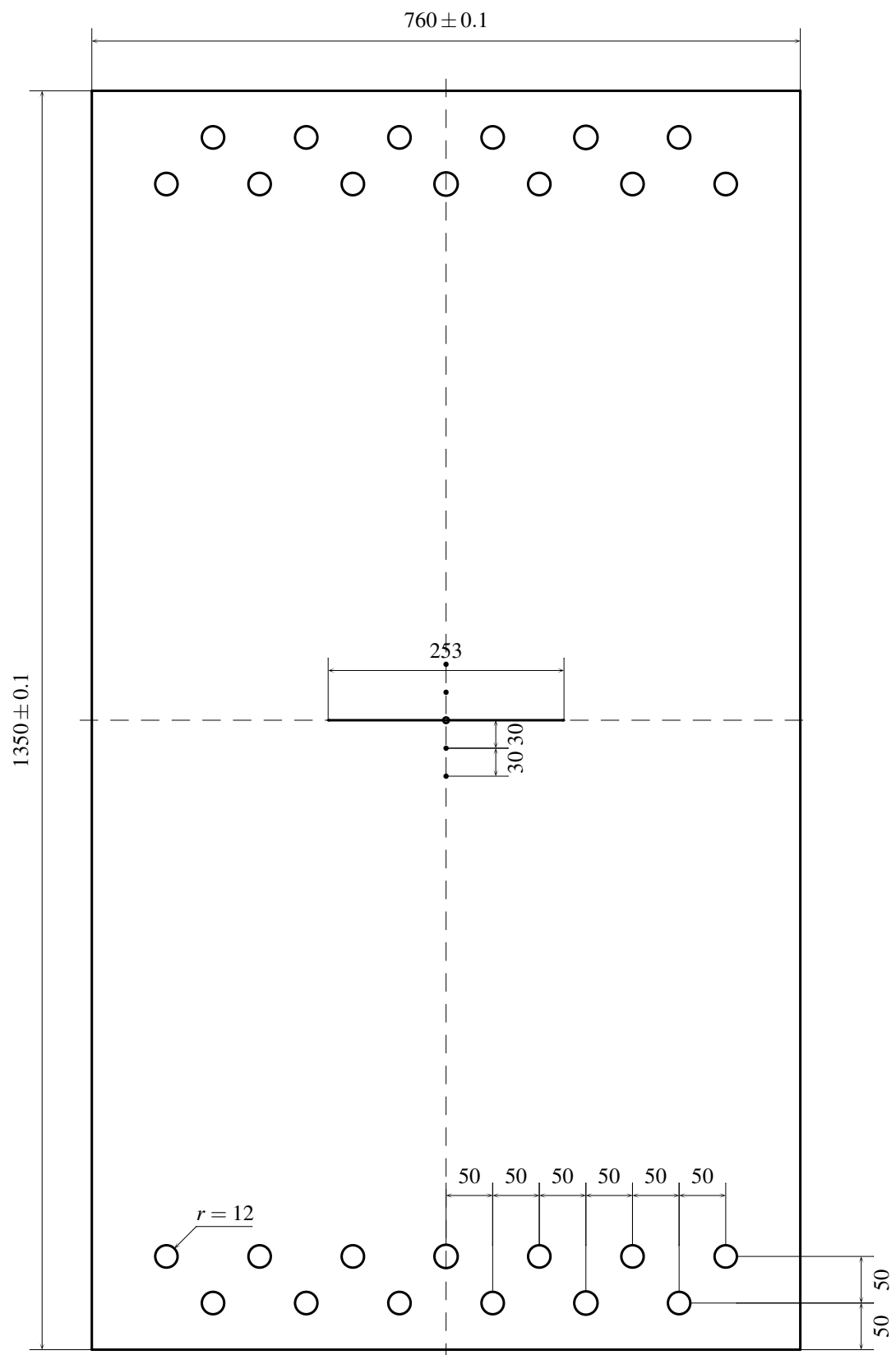


Fig. A.7 : Plan détaillé de l'éprouvette M(T) (dimensions en mm)

Annexe B

Essais

Deux nuances de l'alliage 2024 ont été étudiées : la première identifiée 202407 est une nuance standard commercialisée et la seconde identifiée 202415 est une nuance en développement à haute tolérance au dommage obtenue par une diminution conséquente de la teneur en fer et silicium à l'origine des phases grossières insolubles (cf. tableau B.1).

nuance	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Al
202407	0,08	0,16	3,8–4,9	0,30–0,90	1,2–1,8	complément
202415	0,04	0,07				

Tab. B.1 : Composition chimique des nuances 202407 et 202415 (pourcentages massiques). Les teneurs en Si et Fe ont été mesurées ; les teneurs concernant les autres éléments correspondent à la norme ASM (1990).

Pour chaque nuance, deux tôles ont été utilisées : la première est une tôle « en l'état » et la deuxième a été pré-étirée de 5 % pour la nuance 202407 et de 3 % pour la nuance 202415. La pré-traction est effectuée en usine mais la valeur indiquée n'est qu'approximative. Le tableau B.2 donne les références des quatre tôles, la dernière colonne indiquant les références utilisées dans ce document. En raison d'un manque de matériau, pour des essais sur éprouvettes M(T) avec mesure de l'avancée de fissure, les tôles 202407t5, 202415tn et 202415t3 ont été remplacées respectivement par les tôles 202402t5, 202415tn' et 202415t5 dont les références sont données dans le tableau B.3. La composition de la nuance 202402 est très proche de celle de la nuance 202407. Par contre la tôle 202415t5 est pré-étirée de 5 % alors que la tôle 202415t3 était pré-étirée de 3 %.

nuance	coulée	trempe	traction	dim. $L \times T \times S$ (mm ³)	stock CRV	référence
202407	127448	65742	normale	$1500 \times 1250 \times 1,59$	9800090	202407tn
			5 %	$1500 \times 1240 \times 1,56$	9800091	202407t5
202415	236570	68178	normale	$1150 \times 1250 \times 1,74$	9800058	202415tn
			3 %	$1500 \times 1240 \times 1,69$	9800059	202415t3

Tab. B.2 : Références des quatre tôles étudiées. L est la direction de laminage, T le sens travers long et S le sens travers court (épaisseur) ; une traction normale est de l'ordre de 1 %

De nombreux essais mécaniques ont été effectués sur ces tôles avec sept types d'éprouvettes. Les plans détaillés de ces éprouvettes sont donnés en annexe A. L'éprouvette TR est une éprouvette de traction simple qui est utilisée pour caractériser le comportement élasto-plastique. Les éprouvettes entaillées EU05, EU1, EU2 et EV sont utilisées pour étudier les propriétés d'endommagement et le comportement sous des états de triaxialité différents. Les très grandes éprouvettes de fissuration M(T) permettent de réaliser une propagation de fissure stable de plus de 60 mm de chaque côté de la fissure

nuance	coulée	trempe	traction	épaisseur (mm)	stock CRV	référence
202402	128062	67519	5 %	1,56	9800027	202402t5
202415	236570	66111	normale	1,72	9800012	202415tn'
			5 %	1,66	9800028	202415t5

Tab. B.3 : Références des trois tôles complémentaires. Une traction normale est de l'ordre de 1 %

centrale initiale. C'est l'essai standard dit de « courbe R » utilisé par les avionneurs pour qualifier les alliages de fuselage. L'éprouvette de petite taille Kahn est aussi utilisée pour réaliser une propagation de fissure stable sur plus de 20 mm. Les essais sont effectués dans plusieurs directions du plan de tôle. Les directions utilisées sont désignées par les repères indiqués dans le tableau B.4. Les vitesses de tractions sont données dans le tableau B.5. Les courbes macroscopiques des essais réalisés au cours de la thèse sont données sur les figures B.1 à B.14.

direction	angle par rapport à la direction de laminage	repère
laminage	0	L
	$\pi/8$	LD
diagonale	$\pi/4$	D
	$3\pi/8$	DT
travers long	$\pi/2$	T
travers court (épaisseur)	–	S

Tab. B.4 : Repérage des directions dans les tôles

TR	EU2	EU1	EU05	EV	Kahn	M(T) sans Δa	M(T) avec Δa
4	0,34	0,17	0,085	0,085	0,085	1	0,1

Tab. B.5 : Vitesses de traction des éprouvettes en mm/min (vitesse de déplacement du vérin)

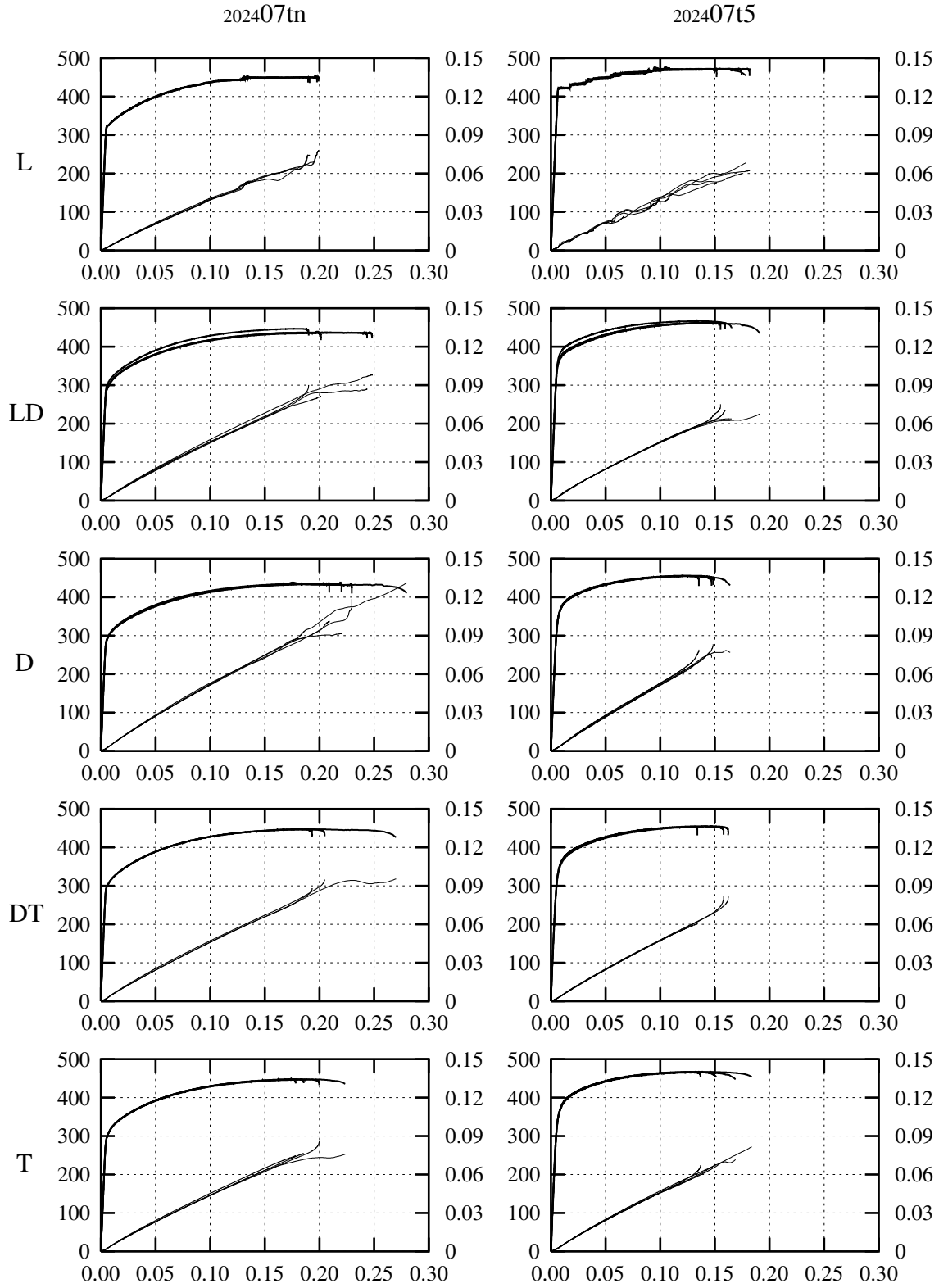


Fig. B.1 : Essais TR avec F/S_0 (MPa) en ordonnée gauche (traits épais), la déformation ingénier latérale $-\Delta L^2/L_0^2$ en ordonnée droite (traits fins) et la déformation ingénier longitudinale $\Delta L^1/L_0^1$ en abscisse.

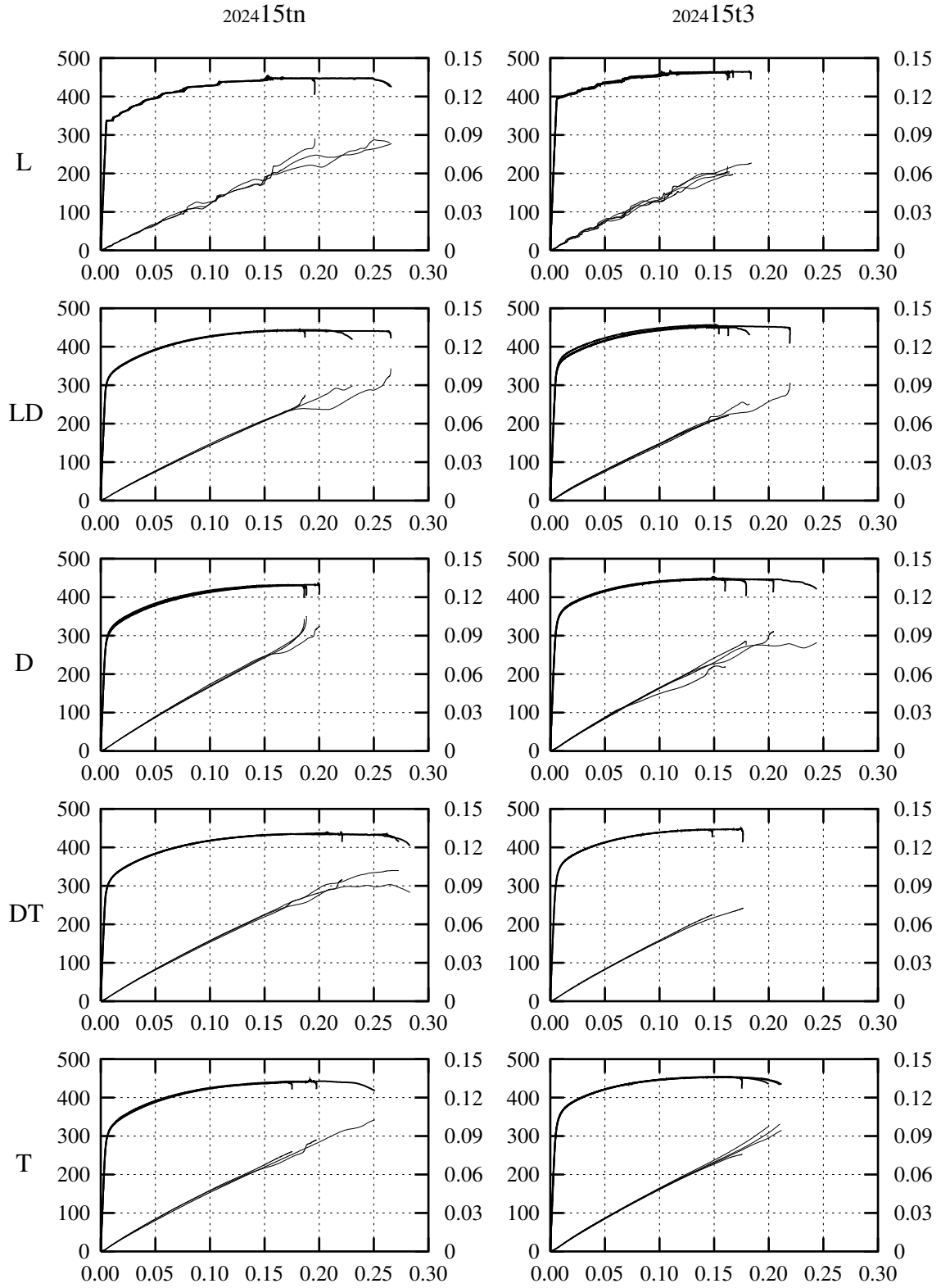


Fig. B.2 : Essais TR avec F/S_0 (MPa) en ordonnée gauche (traits épais), la déformation ingénier latérale $-\Delta L^2/L_0^2$ en ordonnée droite (traits fins) et la déformation ingénier longitudinale $\Delta L^1/L_0^1$ en abscisse.

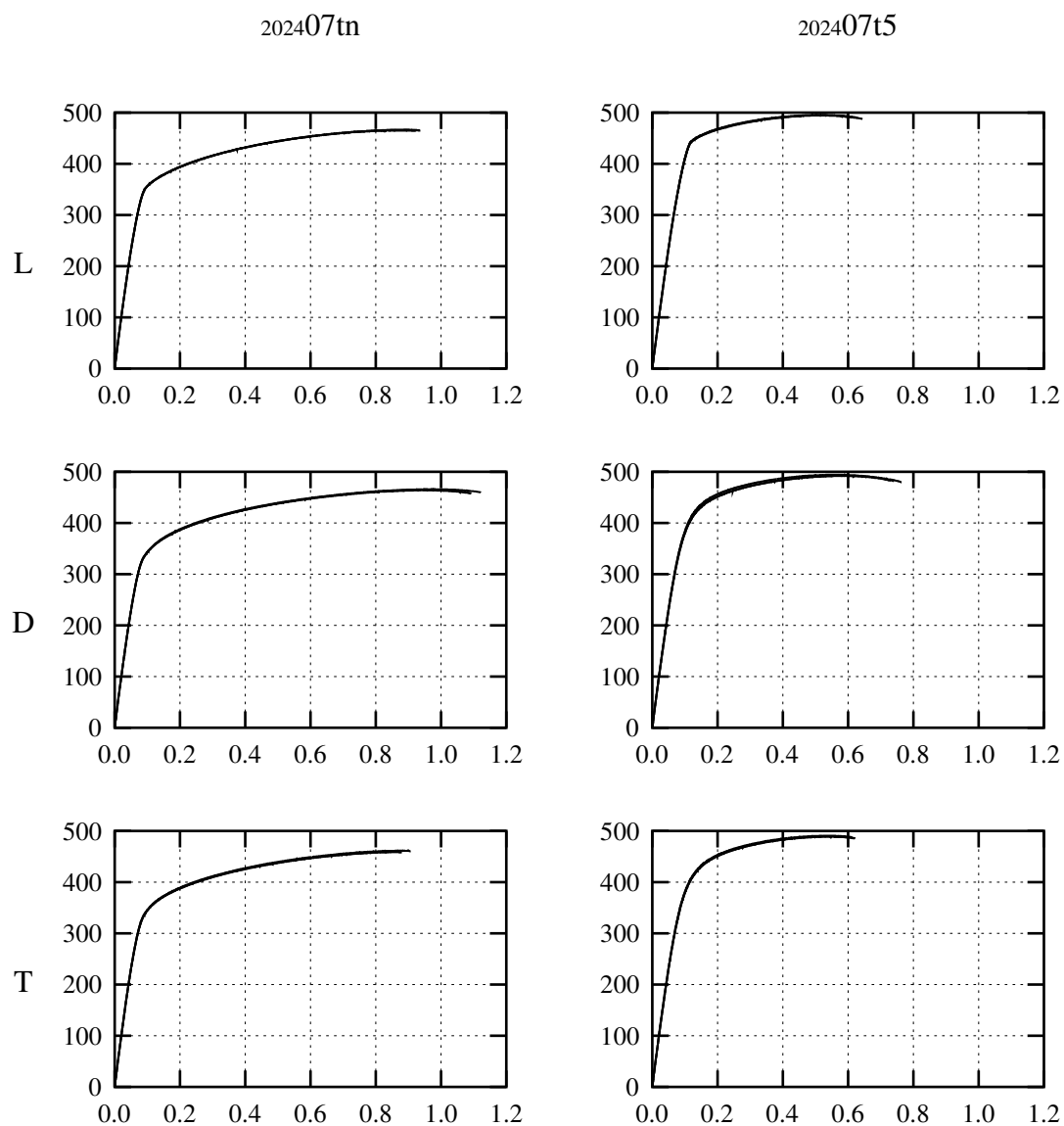


Fig. B.3 : Essais EU2 avec F/S_0 (MPa) en ordonnée et l'ouverture (mm) en abscisse.

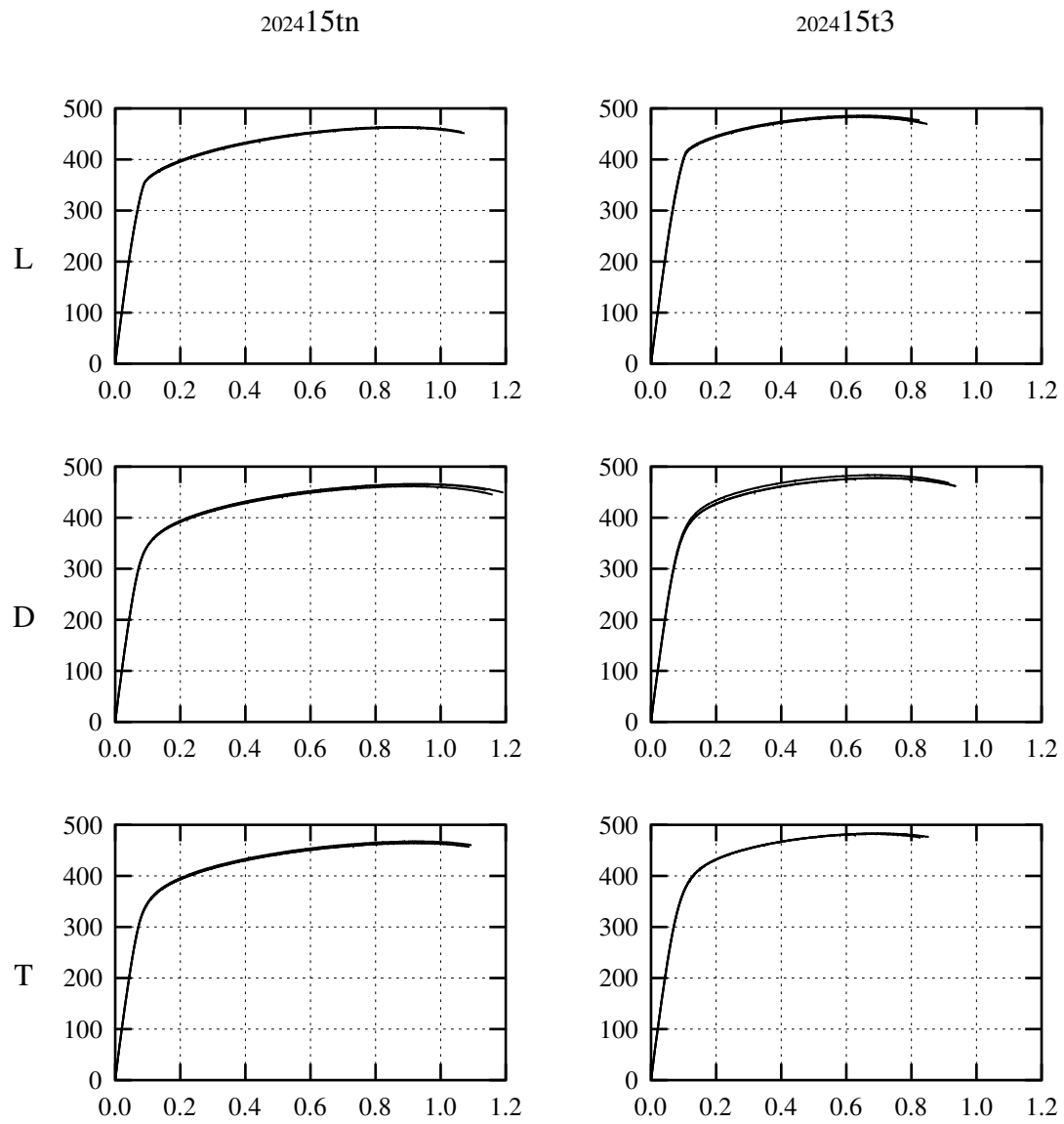


Fig. B.4 : Essais EU2 avec F/S_0 (MPa) en ordonnée et l'ouverture (mm) en abscisse.

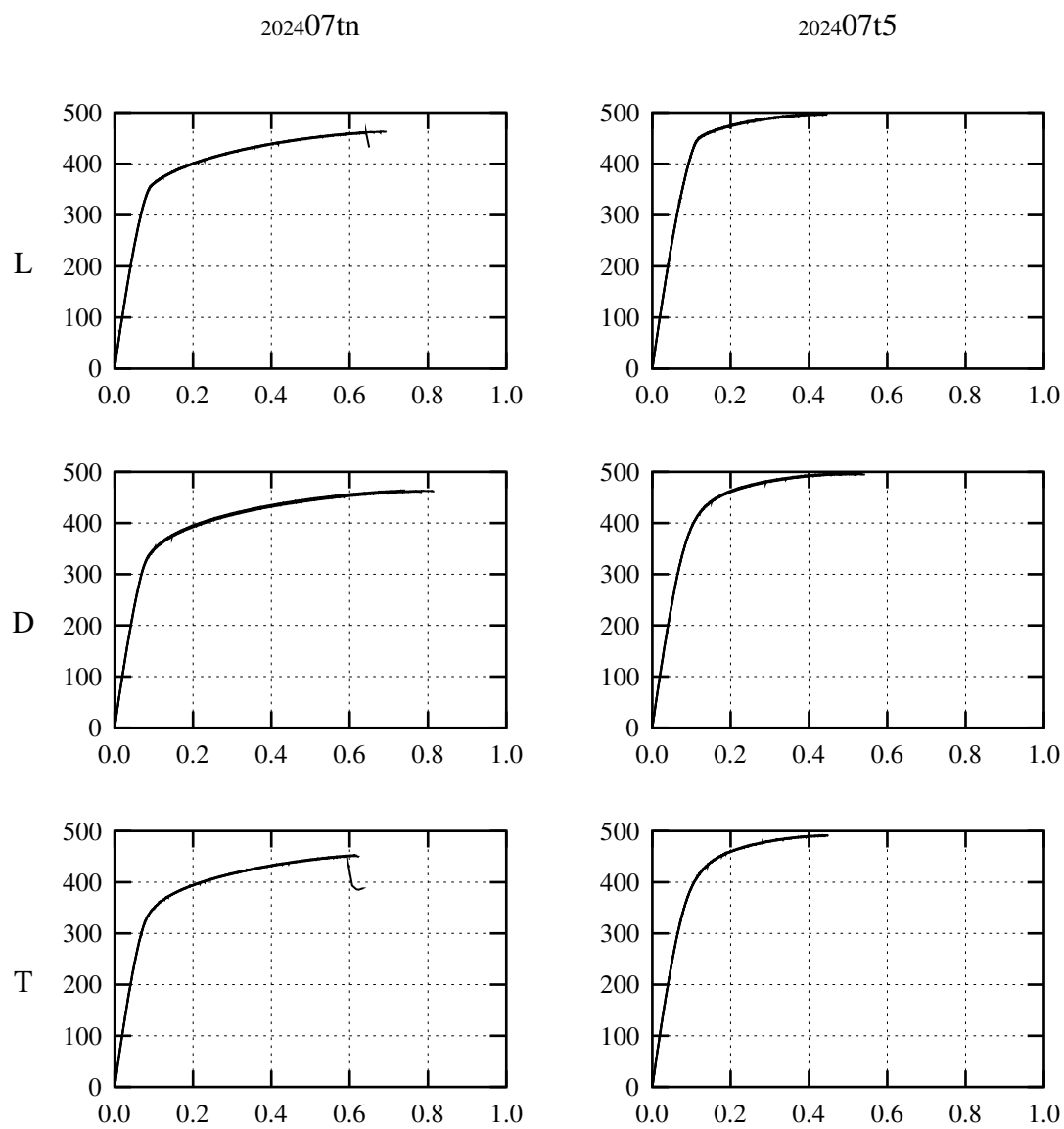


Fig. B.5 : Essais EU1 avec F/S_0 (MPa) en ordonnée et l'ouverture (mm) en abscisse.

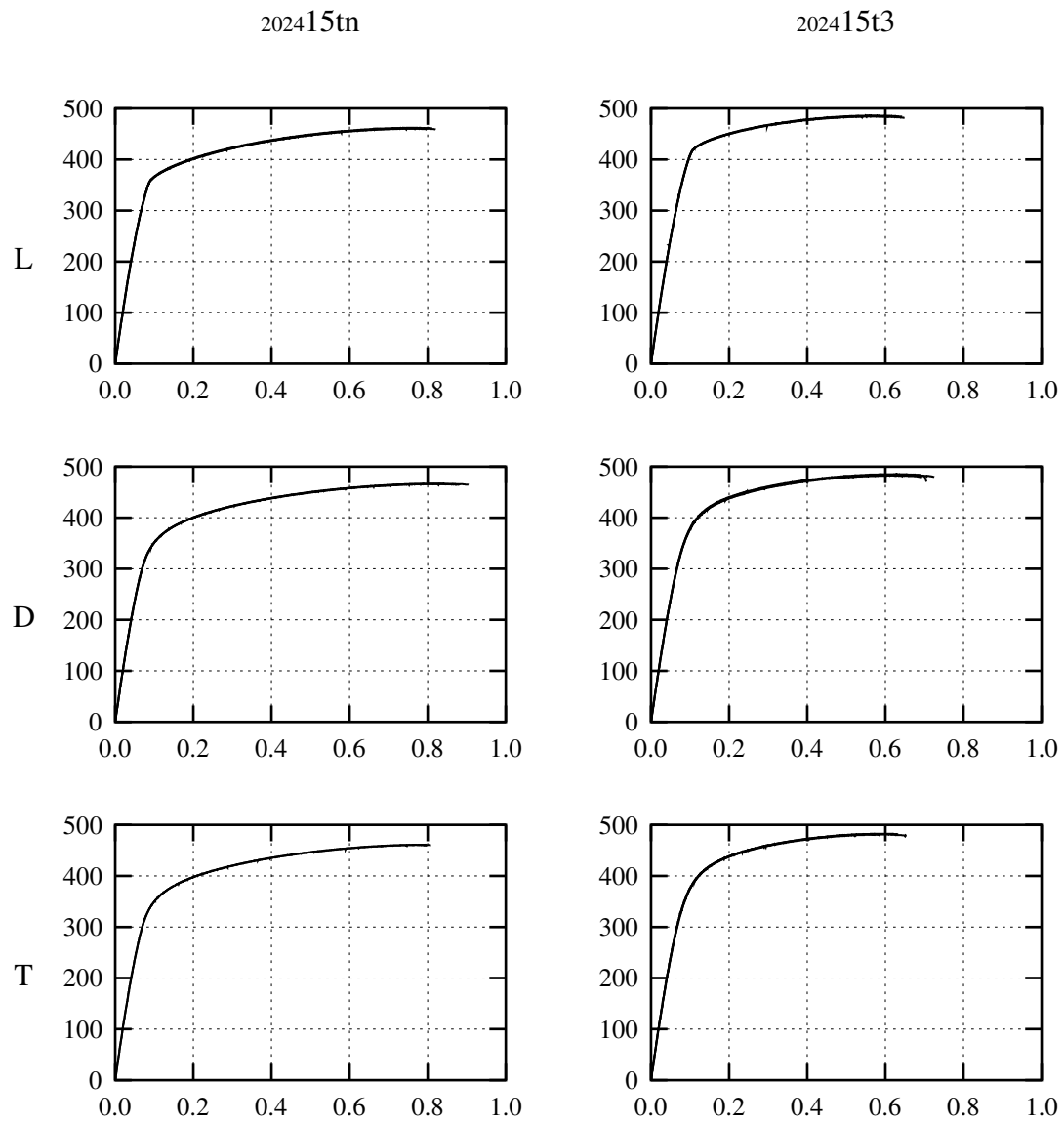


Fig. B.6 : Essais EU1 avec F/S_0 (MPa) en ordonnée et l'ouverture (mm) en abscisse.

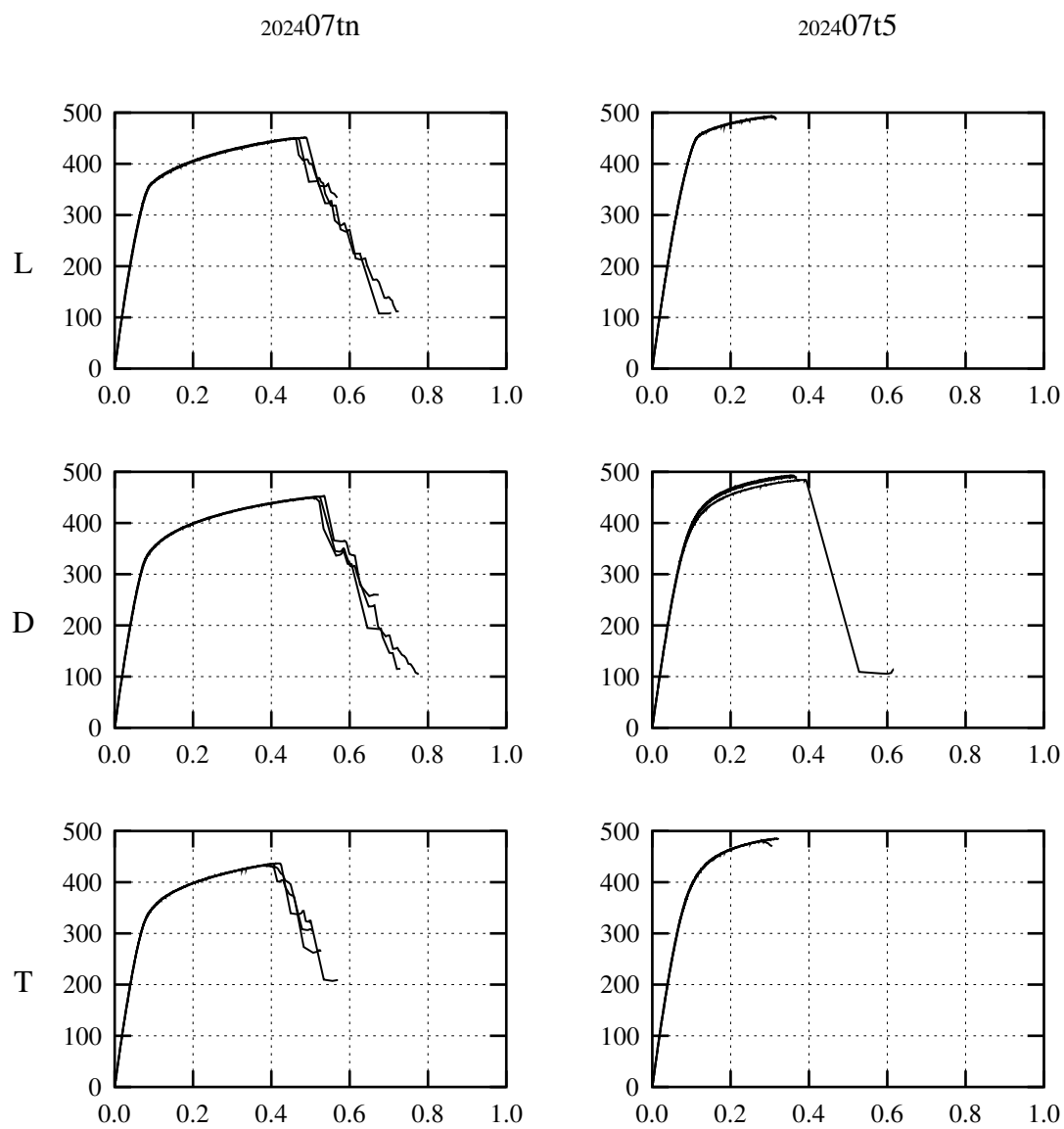


Fig. B.7 : Essais EU05 avec F/S_0 (MPa) en ordonnée et l'ouverture (mm) en abscisse.

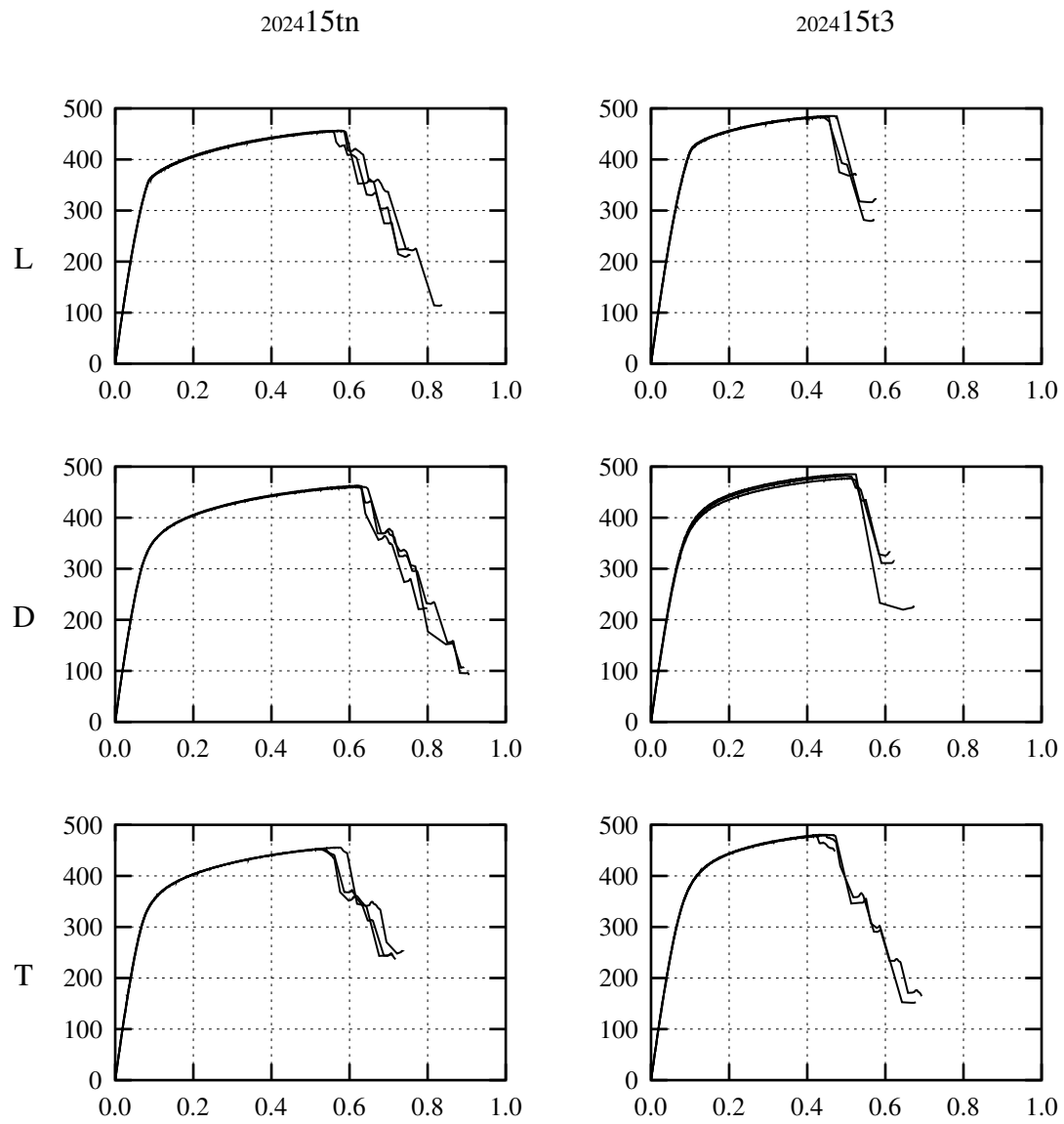


Fig. B.8 : Essais EU05 avec F/S_0 (MPa) en ordonnée et l'ouverture (mm) en abscisse.

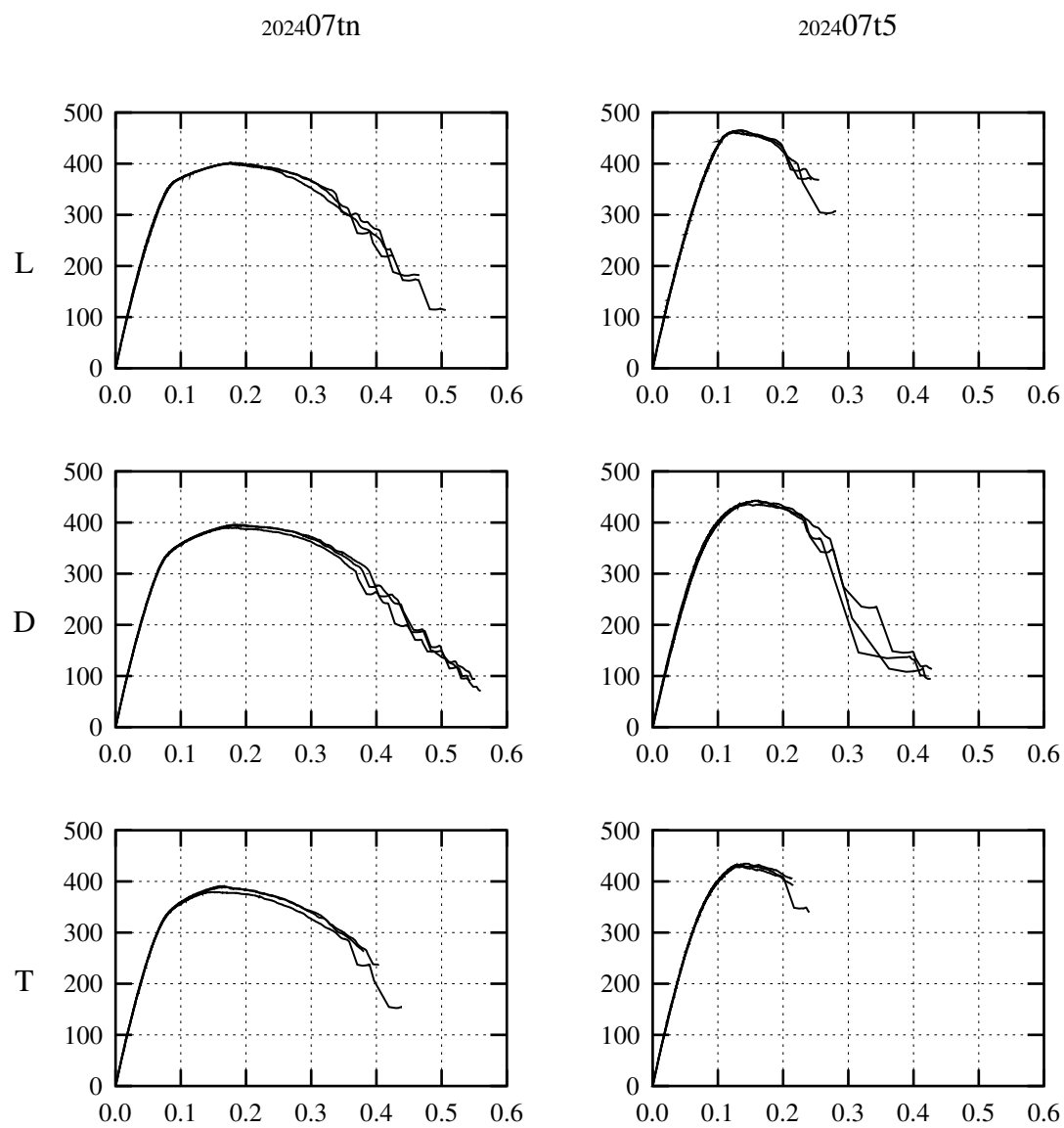


Fig. B.9 : Essais EV avec F/S_0 (MPa) en ordonnée et l'ouverture (mm) en abscisse.

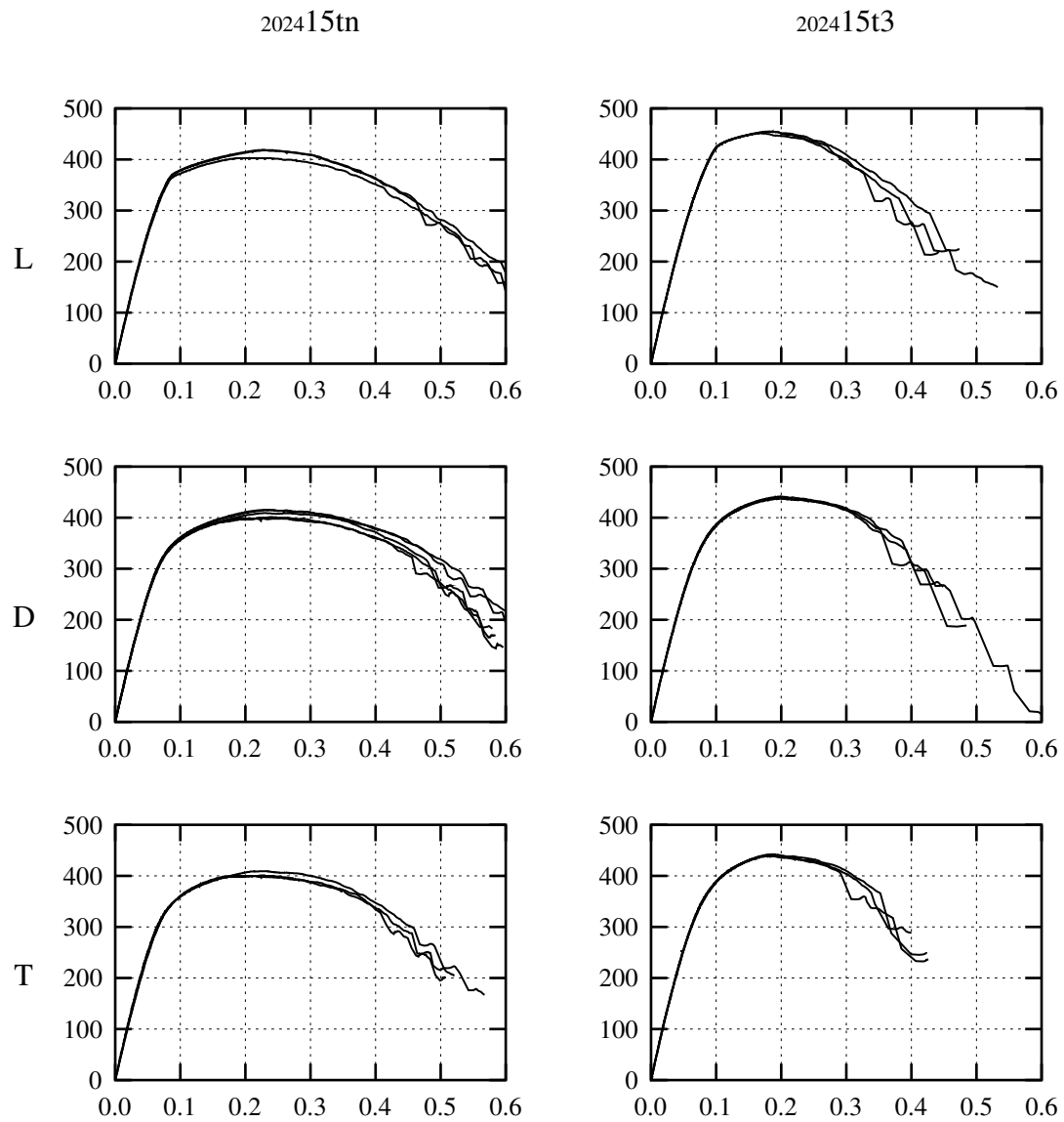


Fig. B.10 : Essais EV avec F/S_0 (MPa) en ordonnée et l'ouverture (mm) en abscisse.

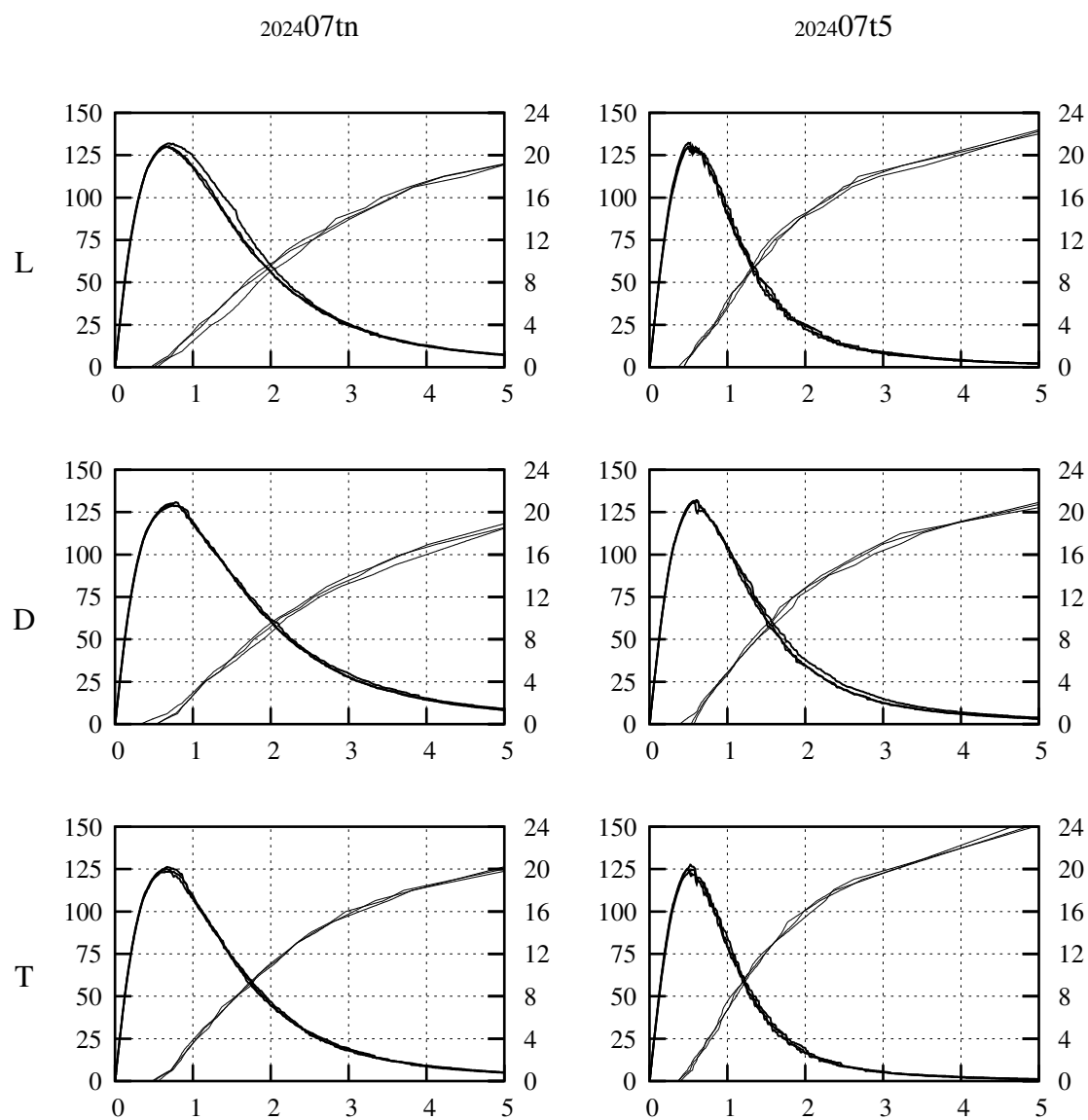


Fig. B.11 : Essais Kahn avec F/S_0 (MPa) en ordonnée gauche (traits épais), avancée de fissure (mm) en ordonnée droite (traits fins) et l'ouverture (mm) en abscisse. L'avancée de fissure est mesurée sur la géométrie initiale.

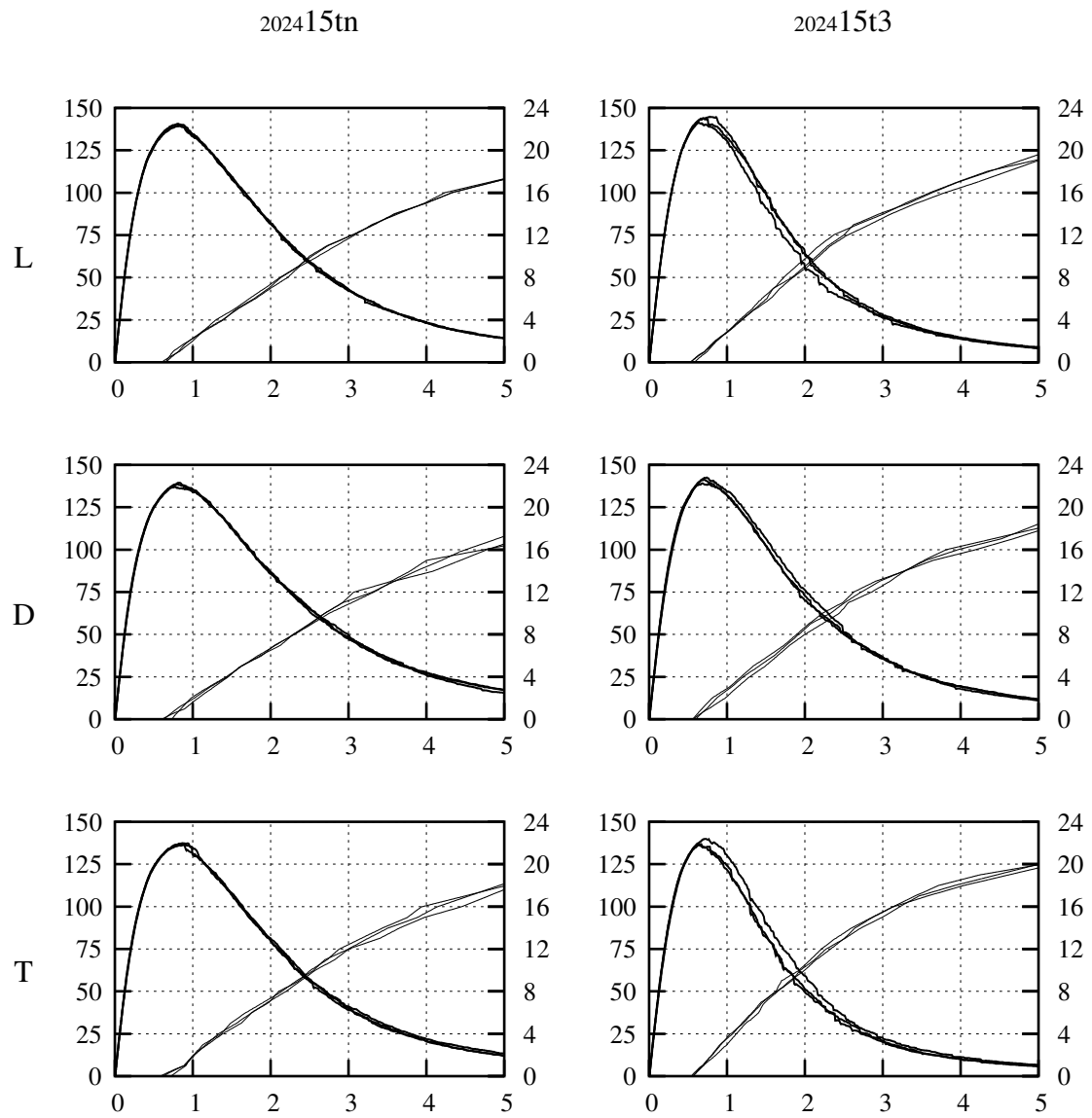


Fig. B.12 : Essais Kahn avec F/S_0 (MPa) en ordonnée gauche (traits épais), avancée de fissure (mm) en ordonnée droite (traits fins) et l'ouverture (mm) en abscisse. L'avancée de fissure est mesurée sur la géométrie initiale.

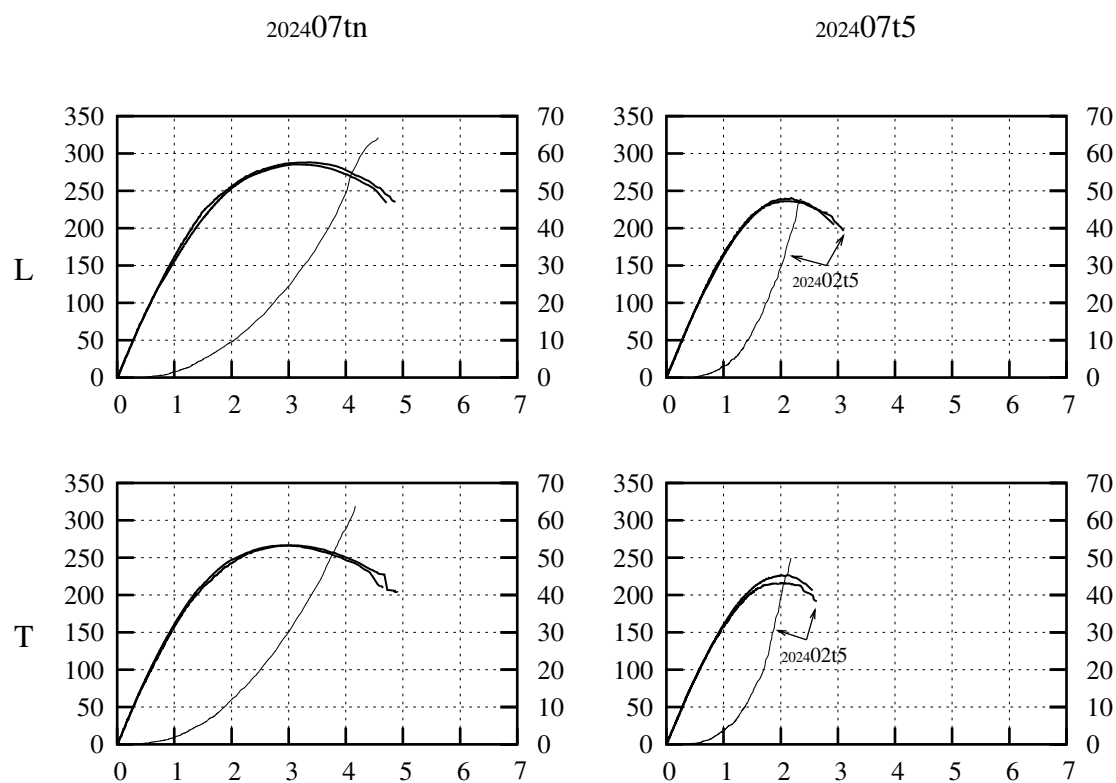


Fig. B.13 : Essais M(T) avec F/S_0 (MPa) en ordonnée gauche (traits épais), avancée de fissure (mm) en ordonnée droite (traits fins) et l'ouverture (mm) en abscisse. F désigne la force et S_0 la section portante initiale. L'avancée de fissure est mesurée sur la géométrie déformée. Elle n'a été mesurée que sur un essai dans chaque direction.

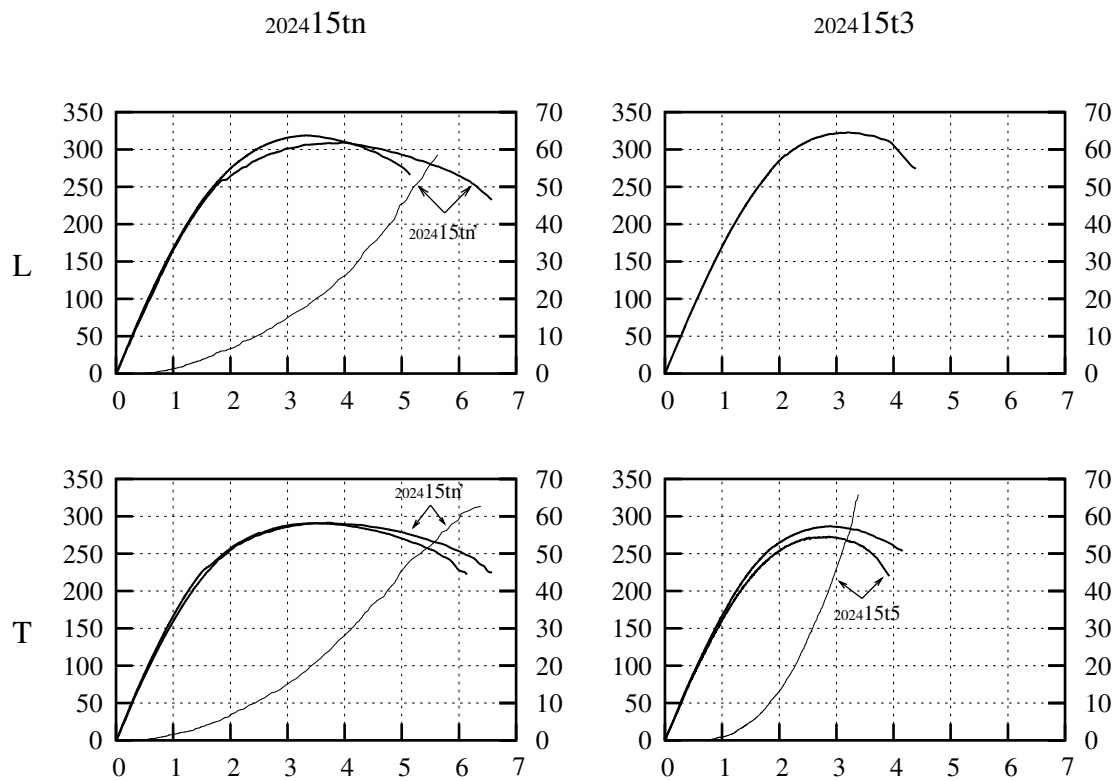


Fig. B.14 : Essais M(T) avec F/S_0 (MPa) en ordonnée gauche (traits épais), avancée de fissure (mm) en ordonnée droite (traits fins) et l'ouverture (mm) en abscisse. F désigne la force et S_0 la section portante initiale. L'avancée de fissure est mesurée sur la géométrie déformée. Elle n'a été mesurée que sur un essai dans chaque direction (sauf direction L, 202415t3 : essai non valide).

Bibliographie

- Achon, P., 1994. Comportement et ténacité d'alliages d'aluminium à haute résistance. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- ASM, 1990. ASM Handbook Vol 2: Properties and selection: nonferrous alloys and special-purpose materials, tenth Edition. ASM International.
- ASTM, 1999. E 561–98 Standard practice for R-curve determination. Annual Book of ASTM Standards 03.01, 509–521.
- ASTM, 2001. B 871–01 Standard test method for tear testing of aluminum alloy products. Annual Book of ASTM Standards 02.02.
- Bandstra, J. P., Koss, D. A., 2001. Modeling the ductile fracture process of void coalescence by void-sheet formation. *Mater. Sci. Engng A* 319–321, 490–495.
- Barlat, F., Becker, R. C., Hayashida, Y., Maeda, Y., Yanagawa, M., Chung, K., Brem, J. C., Lege, D. J., Matsui, K., Murtha, S. J., Hattori, S., 1997a. Yielding description for solution strengthened aluminum alloys. *Int. J. Plasticity* 13 (4), 385–401.
- Barlat, F., Brem, J. C., Yoon, J. W., Chung, K., Dick, R. E., Lege, D. J., Pourboghrat, F., Choi, S.-H., Chu, E., 2003. Plane stress yield function for aluminum alloy sheets – part 1: theory. *Int. J. Plasticity* 19 (9), 1297–1319.
- Barlat, F., Lege, D. J., Brem, J. C., 1991. A six-component yield function for anisotropic materials. *Int. J. Plasticity* 7, 693–712.
- Barlat, F., Maeda, Y., Chung, K., Yanagawa, M., Brem, J. C., Hayashida, Y., Lege, D. J., Matsui, K., Murtha, S. J., Hattori, S., Becker, R. C., Makosey, S., 1997b. Yield function development for aluminum alloy sheets. *J. Mech. Phys. Solids* 45 (11-12), 1727–1763.
- Bazant, Z. P., Pijaudier-Cabot, G., 1988. Nonlocal continuum damage, localization instability and convergence. *J. Appl. Mech.* 55 (2), 287–293.
- Benzergha, A. A., Besson, J., Batisse, R., Pineau, A., 2002. Synergistic effects of plastic anisotropy and void coalescence on fracture mode in plane strain. *Model. Simul. Mater. Sci. Engng* 10 (3), 73–102.
- Benzergha, A. A., Besson, J., Pineau, A., 1999. Coalescence-controlled anisotropic ductile fracture. *J. Engng Mater. Tech.* 121 (2), 221–229.
- Besson, J., Brocks, W., Chabanet, O., Steglich, D., 2001a. Ductile rupture of aluminum sheet materials. *Eur. J. Finite Elem.* 10, 401–415.
- Besson, J., Foerch, R., 1997. Large scale object-oriented finite element code design. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng* 142 (1–2), 165–187.
- Besson, J., Guillemer-Neel, C., 2003. An extension of the Green and Gurson models to kinematic hardening. *Mech. Mater.* 35 (1–2), 1–18.
- Besson, J., Steglich, D., Brocks, W., 2001b. Modeling of crack growth in round bars and plane strain specimens. *Int. J. Solids Struct.* 38 (46–47), 8259–8284.

- Bishop, J. W. F., Hill, R., 1951a. A theoretical derivation of the plastic properties of polycrystalline face-centered metals. *Philos. Mag.* 42, 1298–1307.
- Bishop, J. W. F., Hill, R., 1951b. A theory of the plastic distortion of a polycrystalline aggregate under combined stresses. *Philos. Mag.* 42, 414–427.
- Brocks, W., Hao, S., Steglich, D., 1996. Micromechanical modeling of the damage and toughness behavior of nodular cast iron materials. *J. Phys.* IV 6 (6), 43–52.
- Bron, F., Besson, J., 2003. Ductile rupture of two grades of 2024 aluminum alloy thin sheets. *Mater. Sci. Engng A* submitted.
- Bron, F., Besson, J., 2004. A yield function for anisotropic materials, application to aluminum alloys. *Int. J. Plasticity* 20 (4–5), 937–963.
- Bron, F., Besson, J., Pineau, A., Ehrström, J.-C., 2002. Ductile rupture of 2024 aluminum thin sheets – experimental study of damage growth and crack initiation. In: Neimitz, A., Rokach, I. V., Kocańda, D., Gołoś, K. (Eds.), *Proceedings of the 14th European Conference on Fracture (Krakow)*. Vol. I. Emas publications, Sheffield, United-Kingdom, pp. 369–376.
- Brunet, M., Morestin, F., 2001. Experimental and analytical necking studies of anisotropic sheet metals. *J. Mater. Proc. Tech.* 112, 214–226.
- Chabanet, O., Steglich, D., Besson, J., Heitmann, V., Hellmann, D., Brocks, W., 2003. Predicting crack growth resistance of aluminium sheets. *Comput. Mater. Sci.* 26, 1–12.
- Char, B. W., Geddes, K. G., Gonnet, G. H., Watt, S. M., 1991. *Maple V Language Reference Manual*. Springer-Verlag.
- Cheng, X.-M., Morris, J. G., 2000. The anisotropy of the Portevin–Le Chatelier effect in aluminum alloys. *Scri. Mater.* 43 (7), 651–658.
- Chu, C. C., Needleman, A., 1980. Void nucleation effects in biaxially stretched sheets. *J. Engng Mater. Tech.* 102 (3), 249–256.
- Comi, C., Perego, U., 2001. Numerical aspects of nonlocal damage analyses. *Eur. J. Finite Elem.* 10, 227–242.
- Cottrell, A. H., 1953. On the Portevin–Le Chatelier effect. *Philos. Mag.* 44, 829–832.
- Dawicke, D. S., Piascik, R. S., Newman Jr, J. C., 1997. Prediction of stable tearing and fracture of a 2000-series aluminum alloy plate using a CTOA criterion. In: Piascik, R. S., Newman, J. C., Dowling, N. E. (Eds.), *Fatigue and fracture mechanics: 27th vol.* ASTM STP 1296. pp. 90–104.
- Deng, X., Newman Jr, J. C., 1999. A study of some issues in stable tearing crack growth simulations. *Engng Fract. Mech.* 64 (3), 291–304.
- Foerch, R., Besson, J., Cailletaud, G., Pilvin, P., 1997. Polymorphic constitutive equations in finite element codes. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng* 141, 355–372.

- Gao, M., Feng, C. R., Wei, R. P., 1998. An analytical electron microscopy study of constituent particles in commercial 7075-T6 and 2024-T3 alloys. *Metall. Mater. Trans. A* 29 (4), 1145–1151.
- Garrison, W. M., Moody, N. R., 1987. Ductile fracture. *J. Phys. Chem. Solids* 48 (11), 1035–1074.
- Gologanu, M., Leblond, J.-B., Devaux, J., 1993. Approximate models for ductile metals containing non-spherical voids – Case of axisymmetric prolate ellipsoidal cavities. *J. Mech. Phys. Solids* 41 (11), 1723–1754.
- Grange, M., Besson, J., Andrieu, E., 2000. An anisotropic Gurson type model to represent the ductile rupture of hydrided Zircaloy-4 sheets. *Int. J. Fract.* 105 (3), 273–293.
- Gullerud, A. S., Dodds Jr, R. H., Hampton, R. W., Dawicke, D. S., 1999. Three dimensional modeling of ductile crack growth in thin sheet metals: computational aspects and validation. *Engng Fract. Mech.* 63 (4), 347–374.
- Gullerud, A. S., Gao, X., Dodds Jr, R. H., Haj-Ali, R., 2000. Simulation of ductile crack growth using computational cells: numerical aspects. *Engng Fract. Mech.* 66 (1), 65–92.
- Gürdal, Z., Haftka, R. T., 1992. *Elements of structural optimization*. Kluwer academic Publishers.
- Hahn, G. T., Rosenfield, A. R., 1975. Metallurgical factors affecting fracture toughness of aluminum alloys. *Metall. Trans. A* 6A (4), 653–668.
- Hershey, A. V., 1954. The plasticity of an isotropic aggregate of anisotropic face-centered cubic crystals. *J. Appl. Mech.* 21, 241–249.
- Hill, R., 1948. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. *Proc. Roy. Soc. London A* 193, 281–297.
- Hill, R., 1950. *The mathematical theory of plasticity*. Clarendon Press.
- Hill, R., 1956. *The mechanics of quasi-static plastic deformation in metals*. Survey in Mechanics, Cambridge.
- Hosford, W. F., 1972. A generalize isotropic yield criterion. *J. Appl. Mech.* 39, 607–609.
- Hosford, W. F., 1996. On the crystallographic basis of yield criteria. *Textures Microstruct.* 26–27, 479–493.
- Irwin, G. R., 1958. Elasticity and plasticity. In: Flügge, S. (Ed.), *Encyclopaedia of physics*. Vol. 6. Springer Verlag, pp. 551–590.
- James, M. A., Newman Jr, J. C., 2003. The effect of crack tunneling on crack growth: experiments and CTOA analyses. *Engng Fract. Mech.* 70 (3–4), 457–468.
- Jay, G., 2003. *Modélisation de la déchirure de structures de type fuselage – Méthodes adaptatives en maillage et en modèle*. Thèse de doctorat, École Centrale Paris.

- Jeong, D. Y., Orringer, O., Sih, G. C., 1995. Strain energy density approach to stable crack extension under net section yielding of aircraft fuselage. *Theor. Appl. Fract. Mech.* 22 (2), 127–137.
- Jirásek, M., Rolshoven, S., 2003. Comparison of integral-type nonlocal plasticity models for strain-softening materials. *Int. J. Engng Sci.* 41, 1553–1602.
- Kapur, J. N., Sahoo, P. K., Wong, A. K. C., 1985. A new method for gray-level picture thresholding using the entropy of the histogram. *Comput. Vision, Graphics and Image Proc.* 29 (3), 273–285.
- Karafillis, A. P., Boyce, M. C., 1993. A general anisotropic yield criterion using bounds and a transformation weighting tensor. *J. Mech. Phys. Solids* 41 (12), 1859–1886.
- Lademo, O.-G., Hopperstad, O. S., Langseth, M., 1999. An evaluation of yield criteria and flow rules for aluminium alloys. *Int. J. Plasticity* 15 (2), 191–208.
- Ladevèze, P., 1980. Sur la théorie de la plasticité en grandes déformations. Rapport interne 9, LMT, ENS Cachan, France.
- Lawrence, C., Zhou, J. L., Tits, A. L., 1994. User's guide for CFSQP version 2.0: a C code for solving (large scale) constrained nonlinear (minimax) optimization problems, generating iterates satisfying all inequality constraints. Rap. Tech. TR 94–16, Institute for Systems Research, University of Maryland, College Park, MD 20742.
- Le Châtelier, A., 1909. Influence du temps et de la température sur les essais au choc. *Rev. Métall.* 6, 914–917.
- Liu, Y., Murakami, S., Kanagawa, Y., 1994. Mesh-dependence and stress singularity in finite element analysis of creep crack growth by continuum damage mechanics approach. *Eur. J. Mech., A/Solids* 13 (3), 395–417.
- Logan, R. W., Hosford, W. F., 1980. Upper-bound anisotropic yield locus calculations assuming $\langle 111 \rangle$ -pencil glide. *Int. J. Mech. Sci.* 22, 419–430.
- Lorentz, E., Andrieux, S., 1999. A variational formulation for nonlocal damage models. *Int. J. Plasticity* 15 (2), 119–138.
- Maire, E., Buffière, J.-Y., Salvo, L., Blandin, J.-J., Ludwig, W., Letang, J. M., 2001. On the application of X-ray microtomography in the field of materials science. *Adv. Engng Mater.* 3 (8), 539–546.
- Mandel, J., 1966. *Mécanique des milieux continus II*. Gauthier-Villars, Paris.
- Mathur, K. K., Needleman, A., Tvergaard, V., 1996. Three dimensional analysis of dynamic ductile crack growth in a thin plate. *J. Mech. Phys. Solids* 44 (3), 439–464.
- Mear, M. E., Hutchinson, J. W., 1985. Influence of yield surface curvature on flow localization in dilatant plasticity. *Mech. Mater.* 4 (3–4), 395–408.
- Mises, R. v., 1913. Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand. *Nachrichten von der königlichen Gelleschaft der Wissenschaften zu Göttingen, mathematisch-physikalische Klasse*, 582–592.

- Mizera, J., Kurzydowski, K. J., 2001. On the anisotropy of the Portevin–Le Chatelier plastic instabilities in Al–Li–Cu–Zr alloy. *Scri. Mater.* 45, 801–806.
- Monagan, M. B., Geddes, K. O., Heal, K. M., Labahn, G., Vorkoetter, S. M., McCarron, J., DeMarco, P., 2001. *Maple 7 Programming Guide*. Waterloo Maple Inc., Waterloo, Canada.
- Nakai, M., Eto, T., 2000. New aspects of development of high strength aluminum alloys for aerospace applications. *Mater. Sci. Engng A* 285 (1–2), 62–68.
- Needleman, A., Rice, J. R., 1978. Limits to ductility set by plastic flow localization. In: Koistinen, D. P., Wang, N.-M. (Eds.), *Mechanics of sheet metal forming: material behaviour and deformation analysis*. Plenum Press, pp. 237–267.
- Needleman, A., Tvergaard, V., 1984. Analysis of ductile rupture in notched bars. *J. Mech. Phys. Solids* 32 (6), 461–490.
- O'Donoghue, P. E., Green, S. T., Kanninen, M. F., Bowles, P. K., 1991. The development of a fluid/structure interaction model for flawed fluid containment boundaries with application to gas transmission and distribution piping. *Comput. Struct.* 38 (5–6), 501–513.
- Pardoen, T., Hutchinson, J. W., 2000. An extended model for void growth and coalescence. *J. Mech. Phys. Solids* 48 (12), 2467–2512.
- Pardoen, T., Hutchinson, J. W., 2003. Micromechanics-based model for trends in toughness of ductile metals. *Acta Mater.* 51 (1), 133–148.
- Pardoen, T., Marchal, Y., Delannay, F., 1999. Thickness dependence of cracking resistance in thin aluminium plates. *J. Mech. Phys. Solids* 47, 2093–2123.
- Peerlings, R. H. J., Borst, R. d., Brekelmans, W. A. M., Vree, J. H. P. d., Spee, I., 1996. Some observations on localisation in non-local and gradient damage models. *Eur. J. Mech., A/Solids* 15 (6), 937–953.
- Pijaudier-Cabot, G., Huerta, A., 1991. Finite element analysis of bifurcation in nonlocal strain softening solids. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng* 90 (1–3), 905–919.
- Portevin, A., Le Châtelier, F., 1924. Heat treatment of aluminum-copper alloys. *Trans. Amer. Soc. Steel Treatment* 5, 457–478.
- Rice, J. R., 1976. The localization of plastic deformation. In: Koiter, W. T. (Ed.), *Theoretical and Applied Mechanics*. North-Holland Publishing Company, Amsterdam, pp. 207–220.
- Rivalin, F., Besson, J., Di Fant, M., Pineau, A., 2001a. Ductile tearing of pipeline-steel wide plates. II. Modeling of in-plane crack propagation. *Engng Fract. Mech.* 68, 347–364.
- Rivalin, F., Pineau, A., Di Fant, M., Besson, J., 2001b. Ductile tearing of pipeline-steel wide plates. I. Dynamic and quasi-static experiments. *Engng Fract. Mech.* 68, 329–345.

- Rousselier, G., 1987. Ductile fracture models and their potential in local approach of fracture. *Nuclear Engng Design* 105, 97–111.
- Roychowdhury, S., Roy, Y. D. A., Dodds Jr, R. H., 2002. Ductile tearing in thin aluminum panels: experiments and analyses using large-displacement, 3-d surface cohesive elements. *Engng Fract. Mech.* 69 (8), 983–1002.
- Sahoo, P. K., Soltani, S., Wong, A. K. C., Chen, Y. C., 1988. A survey of thresholding techniques. *Comput. Vision, Graphics and Image Proc.* 41 (2), 233–260.
- Sarkar, J., Kutty, T. R. G., Conlon, K. T., Wilkinson, D. S., Embury, J. D., Lloyd, D. J., 2001. Tensile and bending properties of AA5754 aluminum alloys. *Mater. Sci. Engng A* 316 (1–2), 52–59.
- Siegmund, T., Brocks, W., 1999. Prediction of the work of separation and implications to modelling. *Int. J. Fract.* 99 (1–2), 97–116.
- Simo, J., Taylor, R., 1985. Consistent tangent operators for rate-independent elastoplasticity. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng* 48 (1), 101–118.
- Skallerud, B., Zhang, Z. L., 1999. Effects of finite element mesh on the numerical prediction of ductile tearing. In: Panontin, T. L., Sheppard, S. D. (Eds.), *Fatigue and fracture mechanics: 29th vol. ASTM STP 1332*. pp. 201–214.
- Steglich, D., Brocks, W., 1998. Micromechanical modelling of damage and fracture of ductile materials. *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct.* 21 (10), 1175–1188.
- Stone, R. H. v., Merchant, R. H., Low, J. R., 1974. Investigation of the plastic fracture of high-strength aluminum alloys. In: Hickey, C. F., Broadwell, R. G. (Eds.), *Fatigue and fracture toughness cryogenic behavior ASTM STP 556*. pp. 93–124.
- Tanguy, B., Besson, J., 2002. An extension of the Rousselier model to viscoplastic temperature dependent materials. *Int. J. Fract.* 116 (1), 81–101.
- Taylor, G. I., 1938. Plastic strains in metals. *J. Inst. Met. Engng Mater. Tech.* 62, 307–324.
- Thomason, P. F., 1985. Three-dimensional models for the plastic limit-loads at incipient failure of the intervoid matrix in ductile porous solids. *Acta Metall.* 33 (6), 1079–1085.
- Tresca, H., 1864. Memoir on the flow of solid bodies under strong pressure. *Comptes-rendus de l'académie des sciences, Paris, France* 59, 754.
- Turner, C. E., Kolednik, O., 1994. Application of energy dissipation rate arguments to stable crack growth. *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct.* 17 (10), 1109–1127.
- Tvergaard, V., 1989. Material failure by void growth to coalescence. *Adv. Appl. Mech.* 27, 83–151.
- Tvergaard, V., Needleman, A., 1984. Analysis of cup-cone fracture in a round tensile bar. *Acta Metall.* 32 (1), 157–169.
- Wu, H.-C., 2002. Anisotropic plasticity for sheet metals using the concept of combined isotropic-kinematic hardening. *Int. J. Plasticity* 18 (12), 1661–1682.

- Wu, P. D., Jain, M., Savoie, J., MacEwen, S. R., Tuğcu, P., Neale, K. W., 2003. Evaluation of anisotropic yield functions for aluminum sheets. *Int. J. Plasticity* 19 (1), 121–138.
- Xia, L., Shih, C. F., Hutchinson, J. W., 1995. A computational approach to ductile crack growth under large scale yielding conditions. *J. Mech. Phys. Solids* 43 (3), 389–413.
- Yao, H., Cao, J., 2002. Prediction of forming limit curves using an anisotropic yield function with prestrain induced backstress. *Int. J. Plasticity* 18 (8), 1013–1038.
- Yoon, J. W., Barlat, F., Chung, K., Pourboghrat, F., Yang, D. Y., 2000. Earing predictions based on asymmetric nonquadratic yield function. *Int. J. Plasticity* 16 (9), 1075–1104.

Résumé

L'objectif de ce travail est la simulation par éléments finis de la déchirure ductile des tôles minces en alliage d'aluminium 2024. La méthode est basée sur l'approche locale de la rupture. Les observations métallographiques indiquent deux mécanismes de rupture. Si la pression hydrostatique est élevée, la rupture intervient par striction interne. Dans le cas contraire, la rupture intervient par localisation de la déformation en bande à 45 degrés. Dans les éprouvettes de fissuration Kahn et M(T), les mécanismes de rupture sont identiques. Les simulations sont basées sur une extension du modèle de Rousselier incluant une représentation de l'anisotropie plastique et de la germination de porosités. Un nouveau critère de plasticité anisotrope est spécifiquement développé. Il s'agit d'une extension du critère de Karafillis et Boyce (1993). Le modèle est appliqué à deux nuances dont la teneur en particules intermétalliques est différente. Les paramètres sont ajustés sur de petites éprouvettes pour le matériau à haute pureté. La transférabilité est vérifiée sur les grands panneaux M(T). Le transfert vers le matériau ayant la plus forte teneur en particules intermétalliques est fait en modifiant la taille de maille dans le même rapport que l'espacement inter-particules. Le modèle est utilisé comme un outil numérique afin d'étudier les effets de la loi d'écrouissage, d'une pré-traction ou de l'anisotropie plastique sur la résistance à la propagation de fissure. Il est alors possible de proposer des voies d'amélioration du matériau.

Mots clés : alliage d'aluminium 2024, rupture ductile, endommagement, mécanismes de rupture, critère de plasticité anisotrope, simulation par éléments finis, propagation de fissure

Abstract

The purpose of this work is to develop a finite element simulation of ductile tearing of thin sheets in 2024 aluminum alloy. The method is based on the local approach to fracture. Metallurgical observations indicate two rupture mechanisms. If hydrostatic pressure is high, rupture arises by internal necking. In the opposite case, rupture arises by localization of deformation into a 45 degree slanted band. In Kahn and M(T) cracking samples, rupture mechanisms are identical. The simulations are based on an extension of the Rousselier model which includes the description of plastic anisotropy and void nucleation. A new anisotropic yield function is specifically developed. It is an extension of the yield function of Karafillis and Boyce (1993). The model is applied to two grades which have different volume fractions of intermetallic particles. The parameters are adjusted in the case of the high purity material on small specimens. The transferability is checked on large M(T) panels. The transfer to the material containing the highest amount of intermetallic particles is made by modifying the mesh size according to the ratio of the particle mean spacing. The model is used as a numerical tool to investigate the effects of plastic hardening, prestraining and plastic anisotropy on crack growth resistance. It is then possible to give guidelines for material improvement.

Key words: 2024 aluminum alloy, ductile rupture, damage, fracture mechanisms, anisotropic yield function, finite element simulation, crack propagation
